

# Matlab与信号处理

周治国

2018. 10



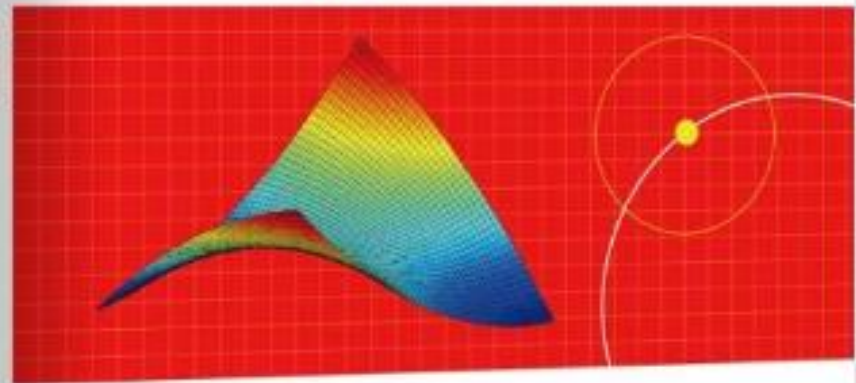
一流工程师编写，国内首本基于MATLAB R2014a平台的信号处理权威著作  
 系统归纳和总结了MATLAB信号处理的理论、算法与实践  
 书中提供了100多个MATLAB应用典型实例

精通  
 MATLAB信号处理

# 精通

Proficient in MATLAB Signal Processing

# MATLAB 信号处理



沈再阳◎编著

清华大学出版社



沈再阳◎编著  
 Shen Zaiyang

清华大学出版社

# 第7章

## 数字滤波器设计-11

# 目录

## □ FIR滤波器设计

- FIR滤波器结构
- 线性相位FIR滤波器的特性
- 常用窗函数法FIR滤波器设计
- 频率取样FIR滤波器设计
- FIR滤波器的最优设计

# 第5章 FIR滤波器设计

---

数字滤波器指有限脉冲响应 (Finite Impulse Response, FIR) 数字滤波器, 这是一种在数字型信号处理领域中应用非常广泛的基础性滤波器, FIR数字滤波器具有有限长的脉冲采样响应特性, 比较稳定。因此, FIR滤波器的应用要远远广于IIR滤波器, 在信息传输领域、模式识别领域以及数字图像处理领域具有举足轻重的作用。

## 学习目标:

- (1) 了解、熟悉FIR滤波器的结构;
- (2) 理解线性相位FIR滤波器的特性;
- (3) 掌握实际常用的窗函数法FIR滤波器设计;
- (4) 实践频率取样的FIR滤波器的设计;
- (5) 理解实践FIR数字滤波器的最优设计。

## 5.1 FIR滤波器结构

IIR数字滤波器能够保留一些模拟滤波器的优良特性，比如具有良好的幅频特性，但是其相位是非线性的。FIR数字滤波器可以设计成严格线性相位的，避免被处理信号产生相位失真。

FIR滤波器有以下特点：

(1) 方法系统的单位冲激响应 $h(n)$ 在有限个 $n$ 值处不为零。

(2) 系统函数 $H(z)$ 在 $|z| > 0$ 处收敛，并只有零点，即有限 $z$ 平面只有零点，而全部极点都在 $z=0$ 处（因果系统）。

(3) 结构上主要采用非递归结构，没有输出到输入的反馈。

FIR滤波器的基本结构有

(1) 直接型；

(2) 级联型；

(3) 频率抽样型；

(4) 快速卷积型。

下面将分别介绍这些结构。

### 5.1.1 直接型

假设FIR滤波器的单位冲击响应 $h(n)$ 为一个长度的 $N$ 的序列，那么滤波器的系统函数为

$$H(z) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n) z^{-n}$$

上式的差分形式为

$$y(n) = \sum_{m=0}^{N-1} h(m) x(n-m)$$

由于该结构利用输入信号 $x(n)$ 和滤波器单位脉冲响应 $h(n)$ 的线性卷积来描述输出信号 $y(n)$ ，所以FIR滤波器的直接型结构又称为卷积型结构，有时也称为横截型结构。

### 5.1.2 级联型

当需要控制系统传输零点时，将传递函数 $H(z)$ 分解成二阶实系数因子的形式

$$H(z) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)z^{-n} = \prod_{i=1}^M (a_{0i} + a_{1i}z^{-1} + a_{2i}z^{-2})$$

这种结构的每一节控制一对零点，因而在需要控制传输零点时可以采用。所需要的系数 $a_{ik}$  ( $i=0, 1, 2; k=1, 2, \dots, [N/2]$ )比直接型的 $h(n)$ 多，运算时所需的乘法运算也比直接型的多。



**【例5-1】** 分别用直接型和级联型实现给定FIR滤波器的系统函数。

```
clear all;
n=0:10;
N=30;
b=0.9.^n;
delta=impseq(0,0,N);
h=filter(b,1,delta);
x=[ones(1,5), zeros(1,N-5)];
y=filter(b,1,x);
subplot(2,2,1); stem(h);
title('直接型h(n)');
subplot(2,2,2); stem(y);
title('直接型y(n)');
[b0,B,A]=dir2cas(b,1);
h=casfilter(b0,B,A,delta);
y=casfilter(b0,B,A,x);
subplot(2,2,3); stem(h);
title('级联型h(n)');
subplot(2,2,4); stem(y);
title('级联型y(n)');
```

运行结果如图5-1所示。

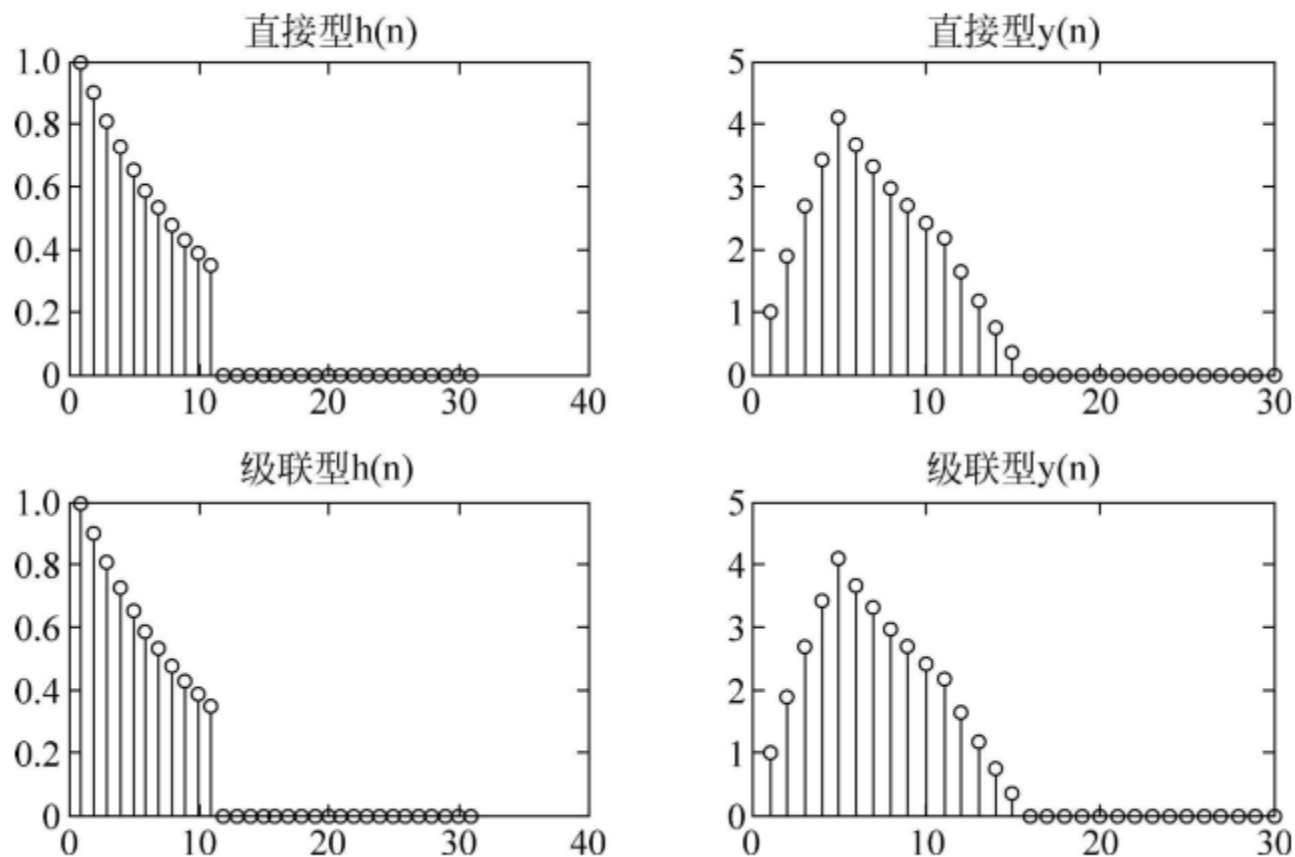
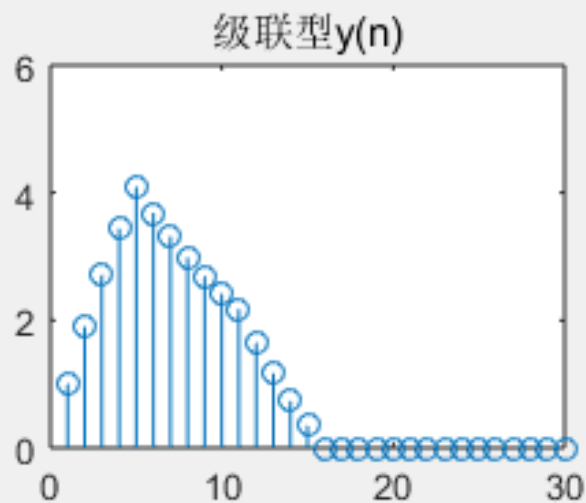
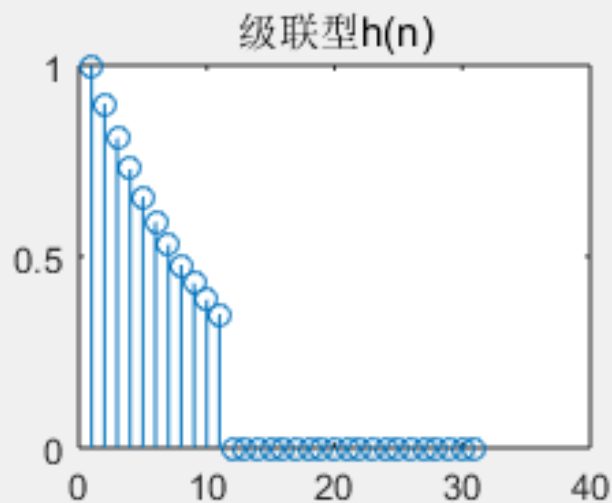
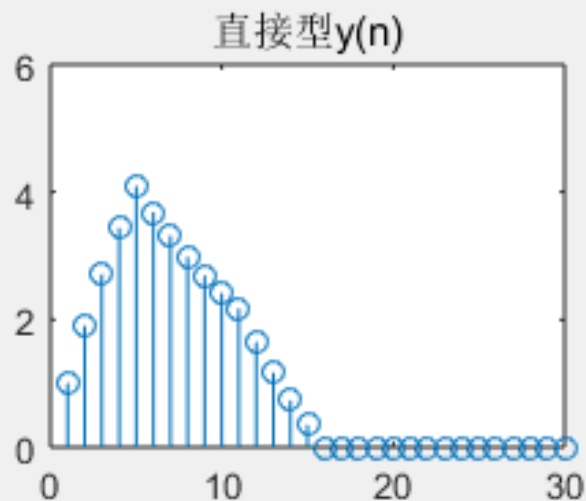
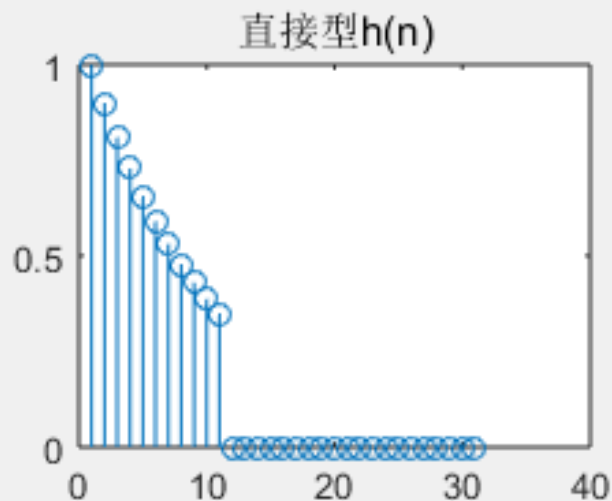


图5-1 FIR滤波器分别用直接型和级联型实现

```
ex501.m × +
1 -   clc;
2 -   clear;
3 -   n=0:10;
4 -   N=30;
5 -   b=0.9.^n;
6 -   delta=impseq(0,0,N);
7 -   h=filter(b,1,delta);
8 -   x=[ones(1,5),zeros(1,N-5)];
9 -   y=filter(b,1,x);
10 -  subplot(2,2,1);stem(h);
11 -  title('直接型h(n)');
12 -  subplot(2,2,2);stem(y);
13 -  title('直接型y(n)');
14 -  [b0,B,A]=dir2cas(b,1);
15 -  h=casfilter(b0,B,A,delta);
16 -  y=casfilter(b0,B,A,x);
17 -  subplot(2,2,3);stem(h);
18 -  title('级联型h(n)');
19 -  subplot(2,2,4);stem(y);
20 -  title('级联型y(n)');
21
```



### 5.1.3 频率抽样型

有限长序列 $h(n)$ 的 $z$ 变换 $H(z)$ 在单位圆上做 $N$ 点的等间隔抽样， $N$ 个频率抽样值的离散傅里叶反变换所对应的时域信号是原序列 $h_N(n)$ 以抽样点数 $N$ 为周期进行周期延拓的结果，当 $N$ 大于等于原序列 $h(n)$ 长度 $M$ 时， $h_N(n) = h(n)$ 不会发生信号失真，此时 $H(z)$ 可以用频域抽样序列 $H(k)$ 内插得到，内插公式如下：

$$H(z) = (1 - z^{-N}) \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{H(k)}{1 - W_N^{-k} z^{-1}}$$

其中

$$H(k) = H(z) \Big|_{z=e^{j\frac{2\pi}{N}k}}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1。$$

$H(z)$ 也可以重写为

$$H(z) = \frac{1}{N} H_c(z) \sum_{k=0}^{N-1} H'_k(z)$$

其中

$$H_c(z) = 1 - z^{-N}, \quad H'_k(z) = \frac{H(k)}{1 - W_N^{-k} z^{-1}}$$

显然， $H(z)$  的第一部分  $H_c(z)$  是一个由  $N$  阶延时单元组成的梳状滤波器。它在单位圆上有  $N$  个等间隔的零点

$$z_i = e^{j\frac{2\pi}{N}i} = W_N^{-i}$$

频率响应为

$$H_c(e^{j\omega}) = 1 - e^{-j\omega N} = 2je^{-j\frac{\omega N}{2}} \sin\left(\frac{\omega N}{2}\right)$$

幅度响应为

$$|H_c(e^{j\omega})| = 2 \left| \sin\left(\frac{\omega N}{2}\right) \right|$$

相角为

$$\arg[H_c(e^{j\omega})] = \frac{\pi}{2} - \frac{\omega N}{2} + m\pi$$

显然它具有梳状特性，所以称其为梳状滤波器。

频率抽样结构级联的第二部分由  $N$  个一阶网络并联而成。其中每一个一阶网络为

$$H'_k(z) = \frac{H(k)}{1 - W_N^{-k} z^{-1}}$$

令其分母为0，即

$$1 - W_N^{-k} z^{-1} = 0$$

可求得其极点为

$$z_k = W_N^{-k} = e^{j\frac{2\pi}{N}k}$$

因此， $H'_k(z)$  是谐振频率为  $\omega = \frac{2\pi}{N}k$  的无损耗谐振器。一个谐振器的极点正好与梳状滤波器的一个零点相抵消，从而使这个频率  $\frac{2\pi}{N}k$  上的频率响应等于  $H(k)$ 。

这样， $N$  个谐振器的  $N$  个极点就和梳状滤波器的  $N$  个零点相互抵消，从而在  $N$  个频率抽样点  $(\omega = \frac{2\pi}{N}k, k=0, 1, \dots, N-1)$  的频率响应就分别等于  $N$  个  $H(k)$  值，把这两部分级联起来就可以构成 FIR 滤波器的频率抽样型结构。

FIR 滤波器的频率抽样型结构的主要优点：首先，它的系数  $H(k)$  直接就是滤波器在  $\omega = 2\pi k/N$  处的响应值，因此可以直接控制滤波器的响应；此外，只要滤波器的  $N$  阶数相同，对于任何频响形状，其梳状滤波器部分的结构完全相同， $N$  个一阶网络部分的结构也完全相同，只是各支路  $H(k)$  的增益不同，因此频率抽样型结构便于标准化和模块化。

一般来说，当抽样点数较大时，频率抽样结构比较复杂，所需的乘法器和延时器就比

较多。但以下两种情况，使用频率抽样结构比较经济。

(1) 对于窄带滤波器，其多数抽样值为零，谐振器柜中只剩下几个所需要的谐振器。这时采用频率抽样结构比直接型结构所用的乘法器少，当然存储器还是要比直接型用得多一些。

(2) 在需要同时使用很多并列的滤波器的情况下，这些并列的滤波器可以采用频率抽样结构，并且可以共用梳状滤波器和谐振柜，只要将各谐振器的输出适当加权组合就能组成各个并列的滤波器。



```

function [C,B,A] = dir2fs (h)
% 直接型到频率采样型的转换
% [C,B,A] = dir2fs (h)
% C = 包含各并行部分增益的行向量
% B = 包含按行排列的分子系数矩阵
% A = 包含按行排列的分母系数矩阵
% h = FIR滤波器的脉冲响应向量
M = length (h);
H = fft (h,M);
magH = abs (H); phaH = angle (H)';
% check even or odd M
if (M == 2*floor (M/2))
L = M/2-1;          % M为偶数

A1 = [1,-1,0;1,1,0];
C1 = [real (H (1)), real (H (L+2))];
else
L = (M-1) /2; % M is odd
A1 = [1,-1,0];
C1 = [real (H (1))];
end
k = [1:L]';
% 初始化 B 和 A 数组
B = zeros (L,2); A = ones (L,3);
% 计算分母系数
A (1:L,2) = -2*cos (2*pi*k/M); A = [A;A1];
% 计算分子系数
B (1:L,1) = cos (phaH (2:L+1));
B (1:L,2) = -cos (phaH (2:L+1) - (2*pi*k/M));
% 计算增益系数
C = [2*magH (2:L+1), C1]';

```

**【例5-2】** 利用频率抽样法设计一个低通FIR数字低通滤波器，其理想频率特性是矩形的，给定抽样频率为  $\Omega_s = 2\pi \times 1.5 \times 10^4$  (rad/sec)，通带截止频率为  $\Omega_p = 2\pi \times 1.6 \times 10^3$  (rad/sec)，阻带起始频率为  $\Omega_{st} = 2\pi \times 3.1 \times 10^3$  (rad/sec)，通带波动  $\sigma_1 \leq 1\text{dB}$ ，阻带衰减  $\sigma_2 \geq 50\text{dB}$ 。

运行结果如图5-2所示。

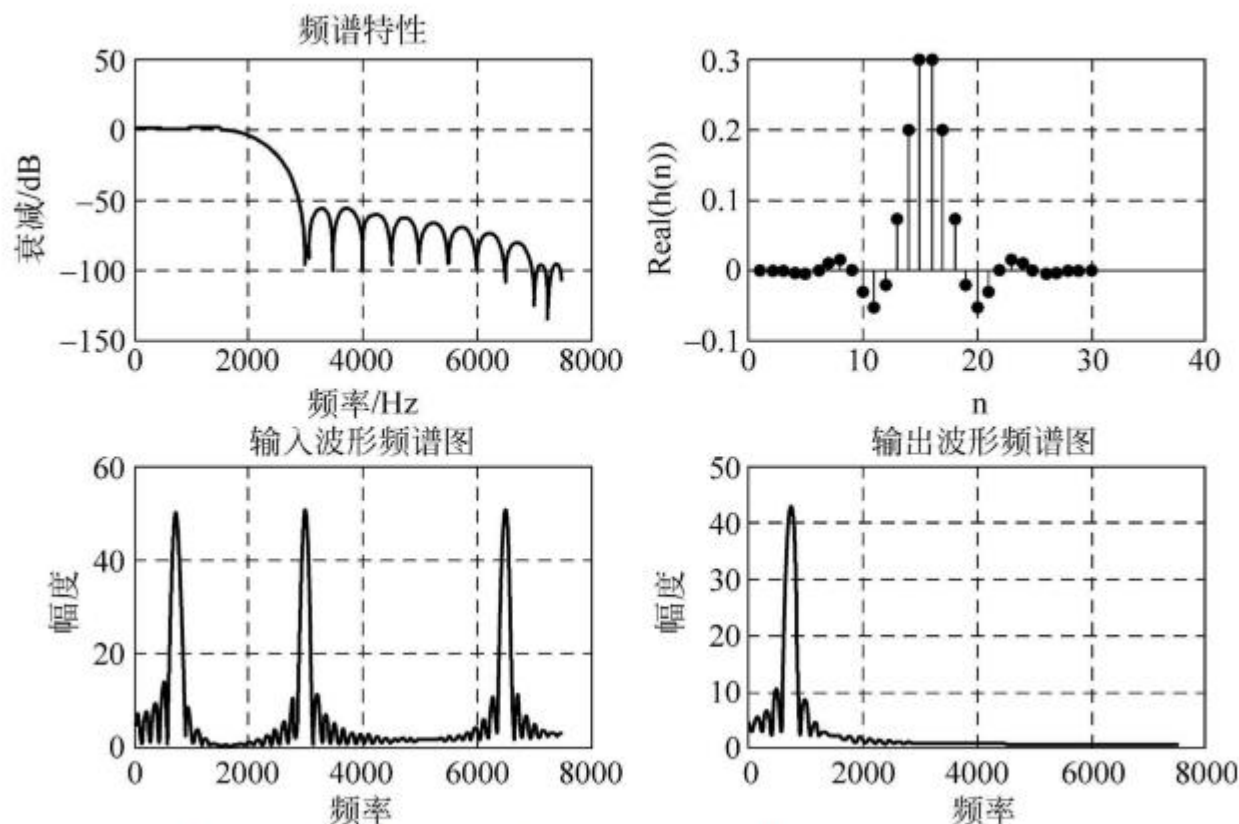
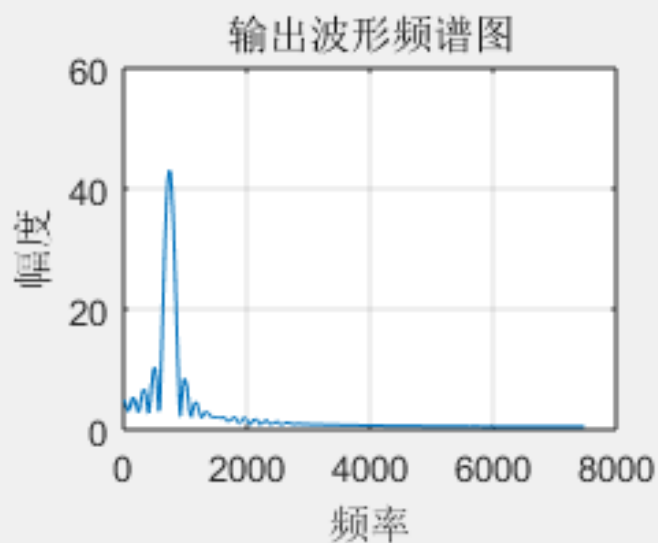
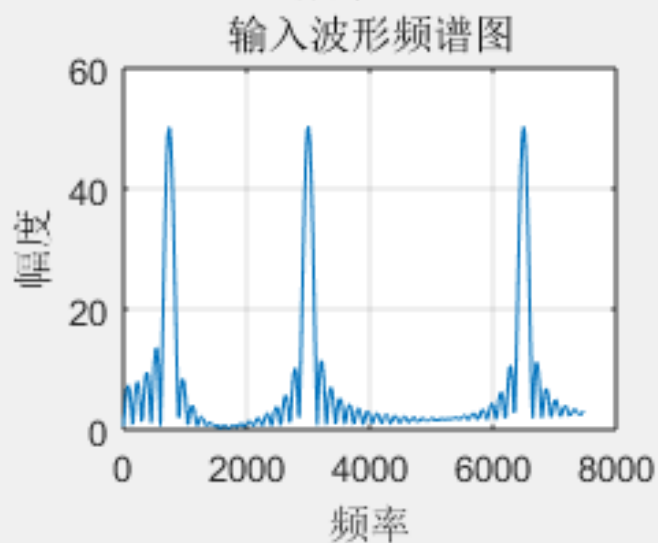
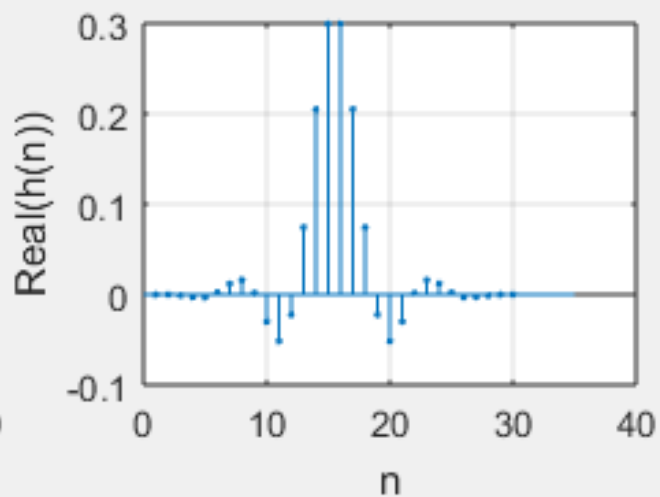
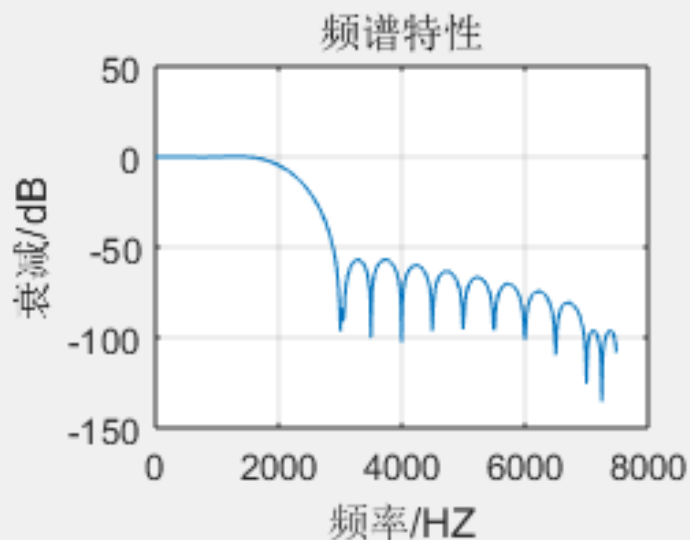


图5-2 频率抽样法设计一个低通FIR数字低通滤波器

```
1 -   clc;
2 -   clear;
3 -   N=30;
4 -   H=[ones(1,4), zeros(1,22), ones(1,4)];
5 -   H(1,5)=0.5886;H(1,26)=0.5886;H(1,6)=0.1065;H(1,25)=0.1065;
6 -   k=0:(N/2-1);k1=(N/2+1):(N-1);k2=0;
7 -   A=[exp(-1i*pi*k*(N-1)/N), exp(-1i*pi*k2*(N-1)/N), exp(1i*pi*(N-k1)*(N-1)/N)];
8 -   HK=H.*A;
9 -   h=ifft(HK);
10 -  fs=15000;
11 -  [c,f3]=freqz(h,1);
12 -  f3=f3/pi*fs/2;
13 -  subplot(221);
14 -  plot(f3,20*log10(abs(c)));
15 -  title(' 频谱特性');
16 -  xlabel(' 频率/HZ');ylabel(' 衰减/dB');
17 -  grid on;
18 -  subplot(222);
19 -  title(' 输入采样波形');
20 -  stem(real(h),'.');
21 -  line([0,35],[0,0]);
22 -  xlabel(' n');ylabel(' Real(h(n))');
23 -  grid on;
24 -  t=(0:100)/fs;
25 -  W=sin(2*pi*t*750)+sin(2*pi*t*3000)+sin(2*pi*t*6500);
26 -  q=filter(h,1,W);
27 -  [a,f1]=freqz(W);
28 -  f1=f1/pi*fs/2;
29 -  [b,f2]=freqz(q);
30 -  f2=f2/pi*fs/2;
31 -  subplot(223);
32 -  plot(f1,abs(a));
33 -  title(' 输入波形频谱图');
34 -  xlabel(' 频率');ylabel(' 幅度');
35 -  grid on;
36 -  subplot(224);
37 -  plot(f2,abs(b));
38 -  title(' 输出波形频谱图');
39 -  xlabel(' 频率');ylabel(' 幅度');
40 -  grid on;
```

Figure 1

文件(F) 编辑(E) 查看(V) 插入(I) 工具(T) 桌面(D) 窗口(W) 帮助(H)



#### 5.1.4 快速卷积型

根据圆周卷积和线性卷积的关系可知，两个长度为 $N$ 的序列的线性卷积，可以用这两个序列的 $2N-1$ 点的圆周卷积来实现。由FIR滤波器的直接型结构：滤波器的输出信号 $y(n)$ 是输入信号 $x(n)$ 和滤波器单位脉冲响应 $h(n)$ 的线性卷积。所以，对有限长序列 $x(n)$ ，我们可以通过补零的方法延长 $x(n)$ 和 $h(n)$ 序列，然后计算它们的圆周卷积，从而得到FIR系统的输出 $y(n)$ 。

## 5.2 线性相位FIR滤波器的特性

FIR滤波器能够在保证幅度特性满足技术要求的同时，做成严格的线性相位特性，且FIR滤波器的单位抽样响应是有限长的，因而滤波器一定是稳定的，而且可以用快速傅里叶变换算法实现，大大提高了运算速率。

### 5.2.1 相位条件

如果一个线性移不变系统的频率响有如下形式：

$$H(e^{j\omega}) = H(\omega) e^{j\theta(\omega)} = |H(e^{j\omega})| e^{-j\alpha\omega}$$

则其具有线性相位。这里  $\alpha$  是一个实数。因而，线性相位系统有一个恒定的群延时

$$\tau = \alpha$$

在实际应用中，有两类准确的线性相位，分别要求满足

$$\theta(\omega) = -\tau\omega$$

$$\theta(\omega) = \beta - \tau\omega$$

FIR滤波器具有第一类线性相位的充分必要条件是单位抽样响应  $h(n)$  关于群延时  $\tau$  偶对称，即满足

$$h(n) = h(N - 1 - n), \quad 0 \leq n \leq N - 1$$

$$\tau = \frac{N - 1}{2}$$

满足偶对称条件的FIR滤波器分别称为I型线性相位滤波器和II型线性相位滤波器。

FIR滤波器具有第二类线性相位的充分必要条件是单位抽样响应 $h(n)$ 关于群延时 $\tau$ 偶对称，即满足

$$h(n) = -h(N - 1 - n) \quad 0 \leq n \leq N - 1$$

$$\beta = \pm \frac{\pi}{2}$$

$$\tau = \frac{N - 1}{2}$$

把满足奇对称条件的FIR滤波器分别称为III型线性相位滤波器和IV型线性相位滤波器。



## 5.2.2 线性相位FIR滤波器频率响应的特点

如果滤波器的系数 $h(n)$ 的长度为 $N$ ，且这些系数关于 $\tau = \frac{N-1}{2}$ 对称，根据 $h(n)$ 的奇偶对称性和 $N$ 的奇偶性，线性相位FIR数字滤波器可以分为4种类型。

### 1. I型线性相位滤波器

由于偶对称性，一个I型线性相位滤波器的频率响应可表示为

$$H(e^{j\omega}) = e^{-j(N-1)\omega/2} \sum_{n=0}^{(N-1)/2} a(k) \cos(k\omega)$$

其中

$$a(k) = 2h\left(\frac{N-1}{2} - k\right), \quad k = 1, 2, \dots, \frac{N-1}{2}, \quad a(0) = h\left(\frac{N-1}{2}\right)$$

幅度函数为

$$H(\omega) = \sum_{n=0}^{(N-1)/2} a(k) \cos(k\omega)$$

相位函数为

$$\theta(\omega) = \frac{-(N-1)\omega}{2}$$



I 型线性相位滤波器的幅度函数和相位函数的特点

幅度函数对  $\tau = \frac{N-1}{2}$  偶对称, 同时对  $\omega = 0, \pi, 2\pi$  也呈偶对称。

相位函数为准确的线性相位。

## 2. II 型线性相位滤波器

一个 II 型线性相位滤波器, 由于是 N 偶数, 所以,  $h(n)$  的对称中心在半整数点  $\frac{N-1}{2}$ 。其频率响应可以表示为

$$H(e^{j\omega}) = e^{-j(N-1)\omega/2} \sum_{n=0}^{N/2} b(k) \cos\left[\left(k - \frac{1}{2}\right)\omega\right]$$

其中

$$b(k) = 2h\left(\frac{N}{2} - k\right), \quad k = 1, 2, \dots, \frac{N}{2}。$$

幅度函数为

$$H(\omega) = \sum_{n=0}^{N/2} b(k) \cos\left[\left(k - \frac{1}{2}\right)\omega\right]$$

相位函数为

$$\theta(\omega) = \frac{-(N-1)\omega}{2}$$

II型线性相位滤波器的幅度函数和相位函数的特点

幅度函数的特点

- (1) 当  $\omega = \pi$  时,  $H(\pi) = 0$ , 也就是说  $H(z)$  在  $z = -1$  处必然有一个零点。
- (2)  $H(\omega)$  对  $\omega = \pi$  呈奇对称, 对  $\omega = 0, 2\pi$  呈偶对称。

相位函数的特点:

同 I 型线性相位滤波器。

3. III型线性相位滤波器

由于III型线性相位滤波器关于  $\tau = \frac{N-1}{2}$  奇对称, 且  $\tau$  为整数, 所以, 其频率响应可以表示为

$$H(e^{j\omega}) = j e^{-j(N-1)\omega/2} \sum_{n=1}^{(N-1)/2} c(k) \sin(k\omega)$$

其中

$$c(k) = 2h \left( \frac{N-1}{2} - k \right), \quad k = 1, 2, \dots, \frac{N-1}{2}$$

幅度函数为

$$H(\omega) = \sum_{n=1}^{(N-1)/2} c(k) \sin(k\omega)$$

相位函数为

$$\theta(\omega) = \frac{-(N-1)\omega}{2} + \frac{\pi}{2}$$

### III 型线性相位滤波器的幅度函数和相位函数的特点

幅度函数的特点

- (1) 当  $\omega = 0, \pi, 2\pi$  时,  $H(\omega) = 0$ , 也就是说  $H(z)$  在  $z = \pm 1$  处必然有一个零点。
- (2)  $H(\omega)$  对  $\omega = 0, \pi, 2\pi$  均呈奇对称。

相位函数的特点

既是准确的线性相位, 又包括  $\pi/2$  的相移, 所以又称  $90^\circ$  移相器, 或称正交变换网络。

#### 4. IV型线性相位滤波器

IV型线性相位滤波器关于 $\tau = \frac{N-1}{2}$ 奇对称，且N为偶数，所以为半整数。其频率响应可以表示为

$$H(e^{j\omega}) = je^{-j(N-1)\omega/2} \sum_{n=1}^{N/2} d(k) \sin\left[\left(k - \frac{1}{2}\right)\omega\right]$$

其中

$$d(k) = 2h\left(\frac{N}{2} - k\right), \quad k = 1, 2, \dots, \frac{N}{2}$$

幅度函数为

$$H(\omega) = \sum_{n=1}^{N/2} d(k) \sin\left[\left(k - \frac{1}{2}\right)\omega\right]$$

相位函数为

$$\theta(\omega) = \frac{-(N-1)\omega}{2} + \frac{\pi}{2}$$

相位函数为

$$\theta(\omega) = \frac{-(N-1)\omega}{2} + \frac{\pi}{2}$$

IV型线性相位滤波器的幅度函数和相位函数的特点

- (1) 当  $\omega = 0, 2\pi$  时,  $H(\omega) = 0$ , 也就是说  $H(z)$  在  $z = +1$  处必然有一个零点。
- (2)  $H(\omega)$  对  $\omega = 0, 2\pi$  均呈奇对称, 对  $\omega = \pi$  呈偶对称。

相位函数的特点

同III型线性相位滤波器。

**【例5-4】** 设计 I 型线性相位滤波器。

运行程序如下：

```
h = [-4 3 -5 -2 5 7 5 -2 -1 8 -3]
M = length(h);
n = 0:M-1;
[Hr, w, a, L] = hr_type1(h);
subplot(2,2,1);
stem(n, h);
xlabel('n');
ylabel('h(n)');
title('脉冲响应')
grid on
subplot(2,2,3);
stem(0:L, a);
xlabel('n');
ylabel('a(n)');
title('a(n) 系数')
grid on
subplot(2,2,2);
plot(w/pi, Hr);
xlabel('频率单位pi'); ylabel('Hr');
title('I型幅度响应')
grid on
```

```
subplot (2,2,4);  
pzplotz (h,1);  
grid on
```

运行结果如图5-3所示。

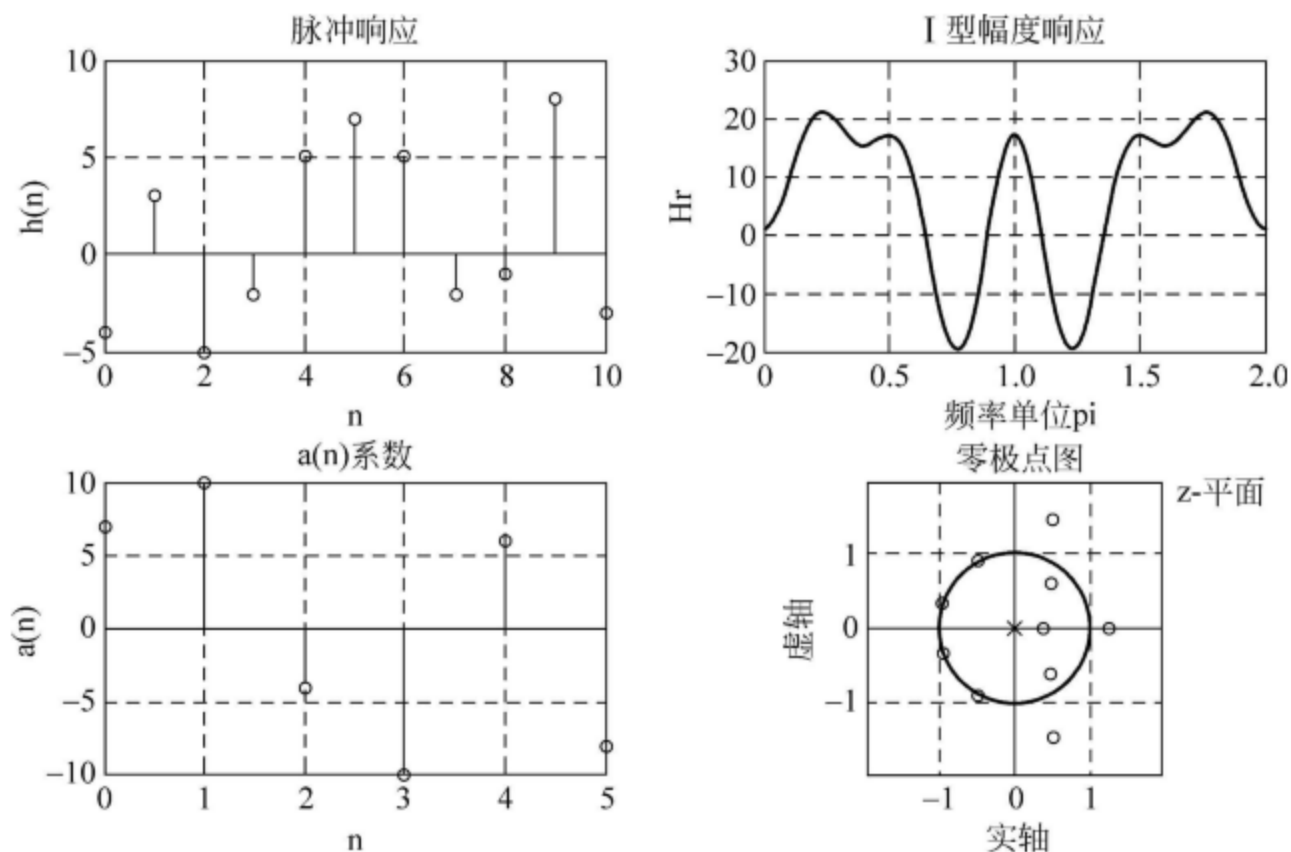
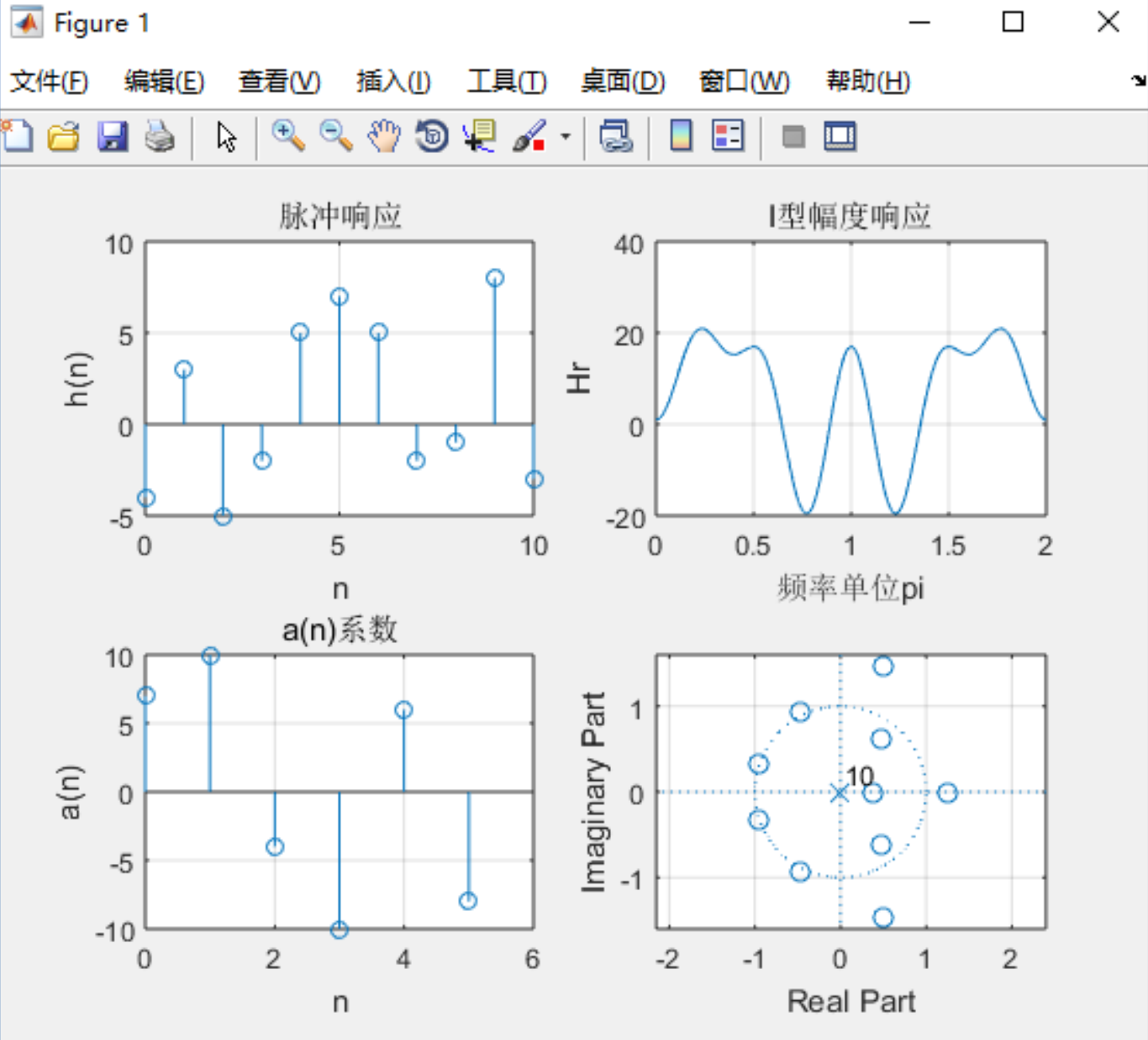


图5-3 I 型线性相位滤波器

```
ex504.m x +
1 -   clc;
2 -   clear;
3 -   h=[-4 3 -5 -2 5 7 5 -2 -1 8 -3];
4 -   M=length(h);
5 -   n=0:M-1;
6 -   [Hr, w, a, L]=hr_type1(h);
7 -   subplot(2,2,1);
8 -   stem(n,h);
9 -   xlabel('n');
10 -  ylabel('h(n)');
11 -  title('脉冲响应');
12 -  grid on
13 -  subplot(2,2,3);
14 -  stem(0:L,a);
15 -  xlabel('n');
16 -  ylabel('a(n)');
17 -  title('a(n)系数');
18 -  grid on
19 -  subplot(2,2,2);
20 -  plot(w/pi,Hr);
21 -  xlabel('频率单位pi');ylabel('Hr');
22 -  title('I型幅度响应');
23 -  grid on
24 -  subplot(2,2,4);
25 -  zplane(h,1);
26 -  %pzplotz(h,1);
27 -  grid on
```





**【例5-5】** 设计 II 型线性相位滤波器。

运行程序如下：

```
h = [-4 3 -5 -2 5 7 5 -2 -1 8 -3]
M=length(h);
n=0:M-1;
[Hr,w,b,L]=hr_type2(h);
subplot(2,2,1);
stem(n,h);
xlabel('n');
ylabel('h(n)');
title('脉冲响应')
grid on
subplot(2,2,3);
stem(1:L,b);
xlabel('n');
ylabel('b(n)');
title('b(n) 系数')
grid on
subplot(2,2,2);
plot(w/pi,Hr);
xlabel('频率单位pi'); ylabel('Hr');
title('II型幅度响应')
grid on
```

```
subplot(2,2,4);  
pzplotz(h,1);  
grid on
```

运行结果如图5-4所示。

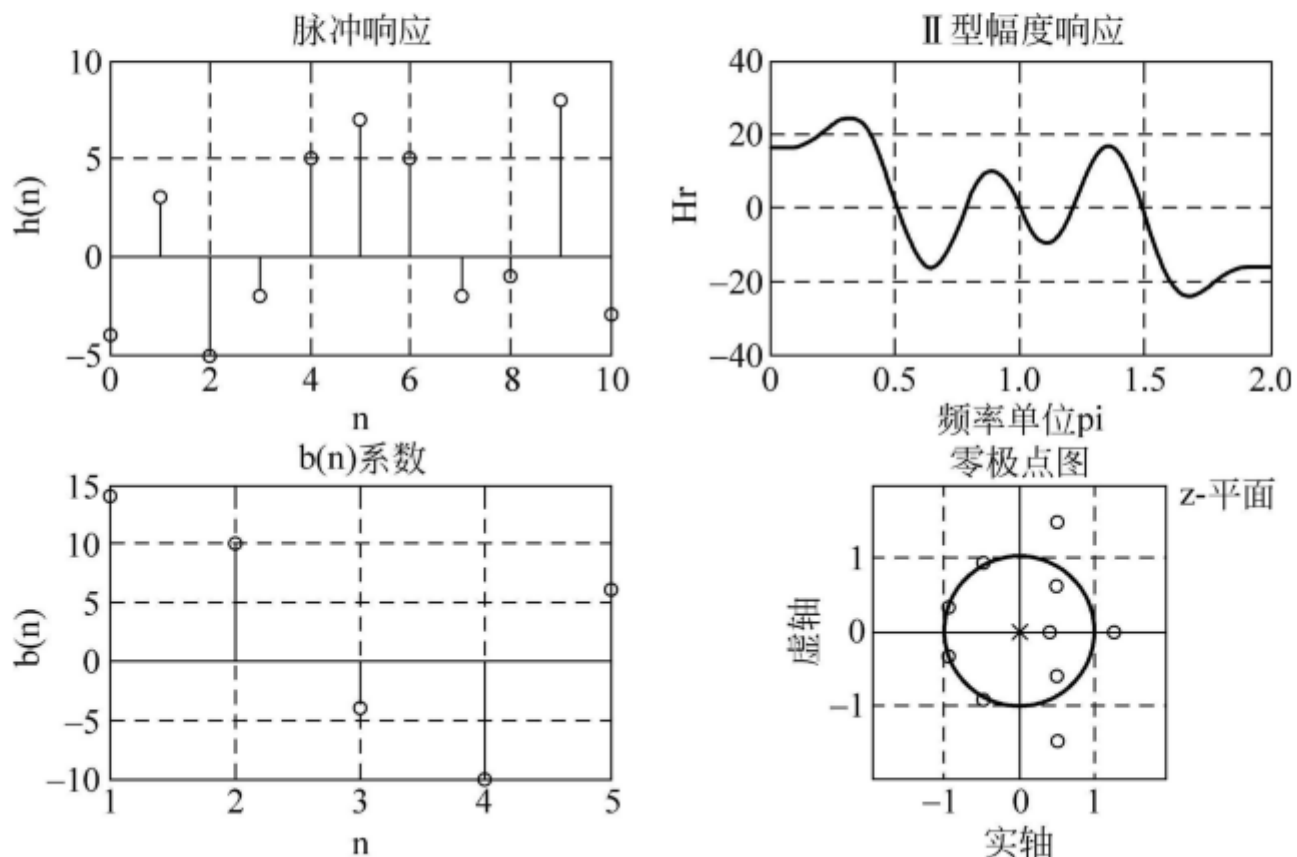
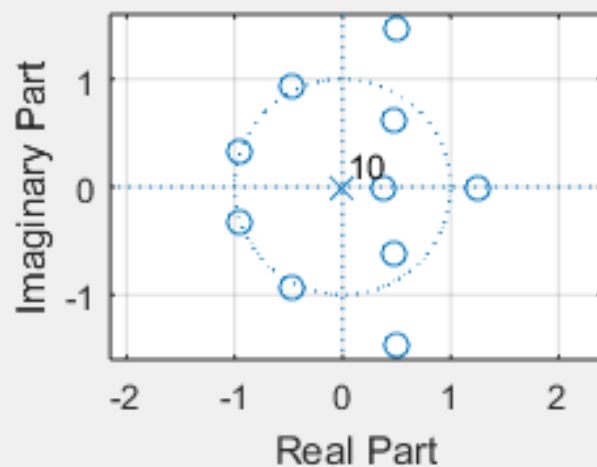
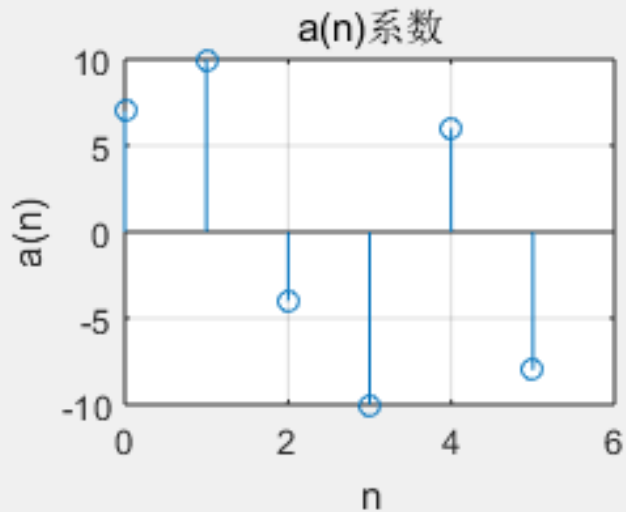
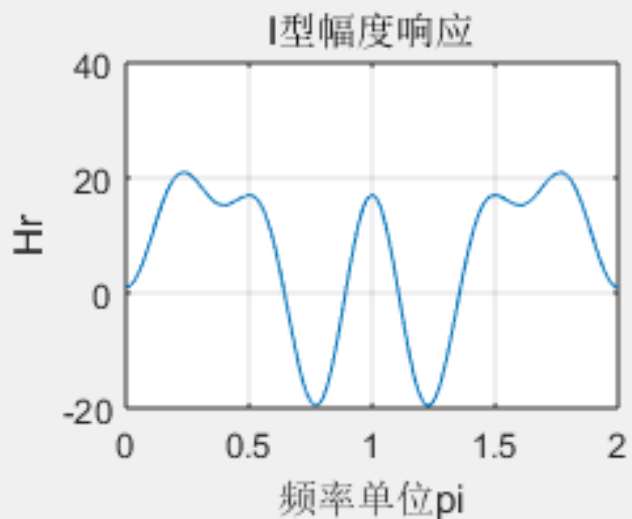
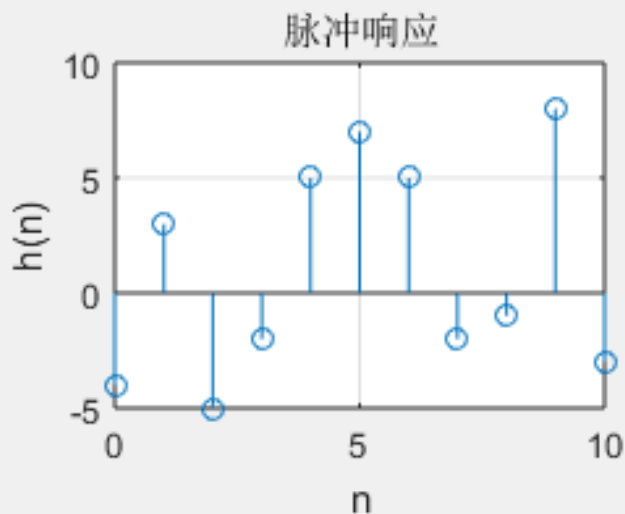


图5-4 II型线性相位滤波器

```
ex505.m x +
1 -   clc;
2 -   clear;
3 -   h=[-4 3 -5 -2 5 7 5 -2 -1 8 -3];
4 -   M=length(h);
5 -   n=0:M-1;
6 -   [Hr, w, a, L]=hr_type1(h);
7 -   subplot(2,2,1);
8 -   stem(n,h);
9 -   xlabel('n');
10 -  ylabel('h(n)');
11 -  title('脉冲响应');
12 -  grid on
13 -  subplot(2,2,3);
14 -  stem(0:L,a);
15 -  xlabel('n');
16 -  ylabel('a(n)');
17 -  title('a(n)系数');
18 -  grid on
19 -  subplot(2,2,2);
20 -  plot(w/pi,Hr);
21 -  xlabel('频率单位pi');ylabel('Hr');
22 -  title('I型幅度响应');
23 -  grid on
24 -  subplot(2,2,4);
25 -  %pzplotz(h,1);
26 -  zplane(h,1);
27 -  grid on
```

Figure 1

文件(F) 编辑(E) 查看(V) 插入(I) 工具(T) 桌面(D) 窗口(W) 帮助(H)



**【例5-6】** 设计III型线性相位滤波器。

运行程序如下：

```
h = [-4 3 -5 -2 5 7 5 -2 -1 8 -3]
M = length(h);
n = 0:M-1;
[Hr,w,c,L] = hr_type3(h);
subplot(2,2,1);
stem(n,h);
xlabel('n');
ylabel('h(n)');
title('脉冲响应')
grid on
subplot(2,2,3);
stem(0:L,c);
xlabel('n');
ylabel('c(n)');
title('c(n) 系数')
grid on
subplot(2,2,2);
plot(w/pi,Hr);
xlabel('频率单位pi'); ylabel('Hr');
title('III 型幅度响应')
grid on
```

```

subplot (2,2,4);
pzplotz (h,1);
grid on

```

运行结果如图5-5所示。

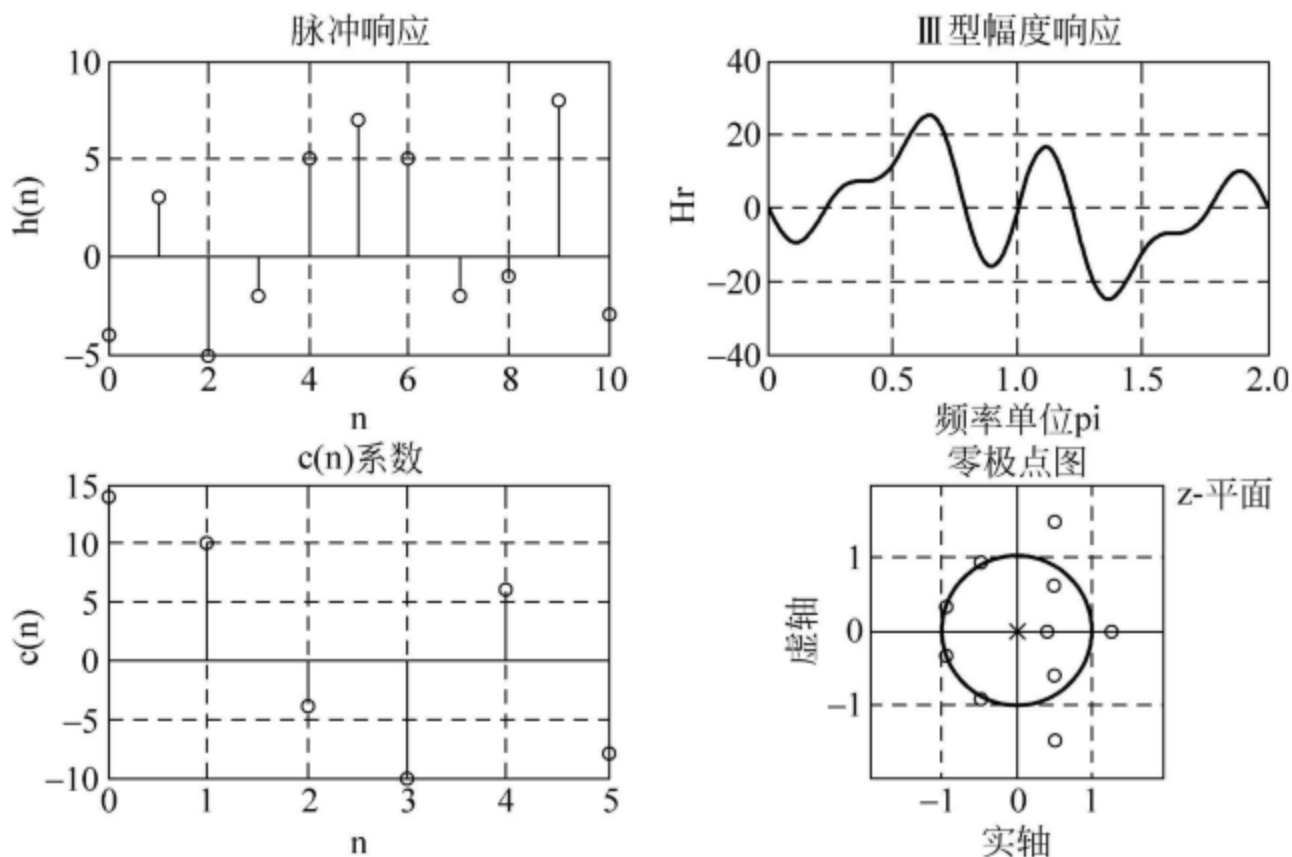
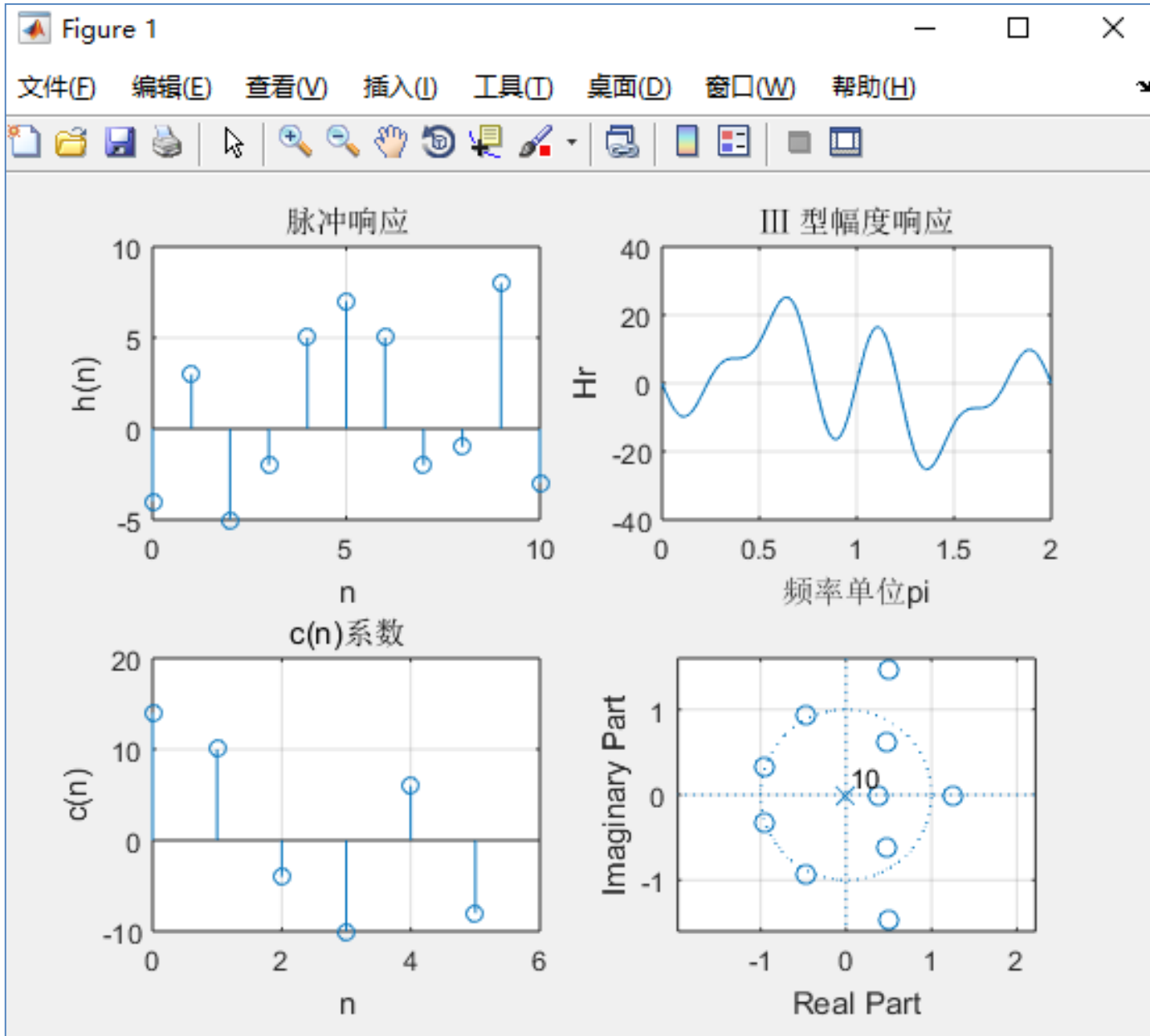


图5-5 III型线性相位滤波器

```
ex506.m × +
1 -   clc;
2 -   clear;
3 -   h=[-4 3 -5 -2 5 7 5 -2 -1 8 -3];
4 -   M=length(h);
5 -   n=0:M-1;
6 -   [Hr, w, c, L]=hr_type3(h);
7 -   subplot(2, 2, 1);
8 -   stem(n, h);
9 -   xlabel('n');
10 -  ylabel('h(n)');
11 -  title('脉冲响应');
12 -  grid on
13 -  subplot(2, 2, 3);|
14 -  stem(0:L, c);
15 -  xlabel('n');
16 -  ylabel('c(n)');
17 -  title('c(n)系数');
18 -  grid on
19 -  subplot(2, 2, 2);
20 -  plot(w/pi, Hr);
21 -  xlabel('频率单位pi'); ylabel('Hr');
22 -  title('III 型幅度响应');
23 -  grid on
24 -  subplot(2, 2, 4);
25 -  %pzplotz(h, 1);
26 -  zplane(h, 1);
27 -  grid on
```





**【例5-7】** 设计IV型线性相位滤波器。

运行程序如下：

```
h = [-4 3 -5 -2 5 7 5 -2 -1 8 -3]
M = length(h);
n = 0:M-1;
[Hr, w, d, L] = hr_type4(h);
subplot(2,2,1);
stem(n, h);
xlabel('n');
ylabel('h(n)');
title('脉冲响应')
grid on
subplot(2,2,3);
stem(1:L, d);
xlabel('n');
ylabel('d(n)');
title('d(n) 系数')
grid on
subplot(2,2,2);
plot(w/pi, Hr);
xlabel('频率单位pi'); ylabel('Hr');
title('IV型幅度响应')
grid on
```

```

subplot (2,2,4);
pzplotz (h,1);
grid on

```

运行结果如图5-6所示。

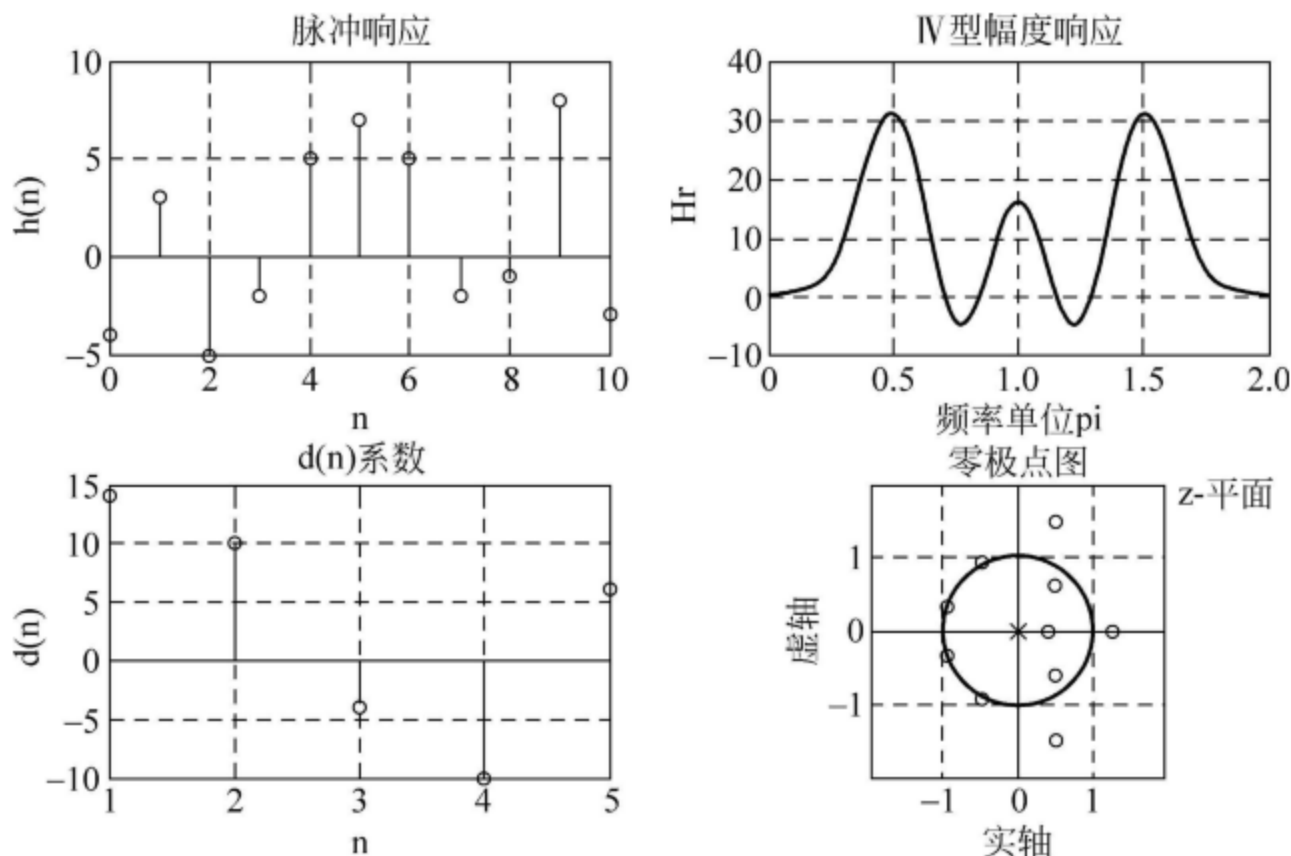


图5-6 IV型线性相位滤波器

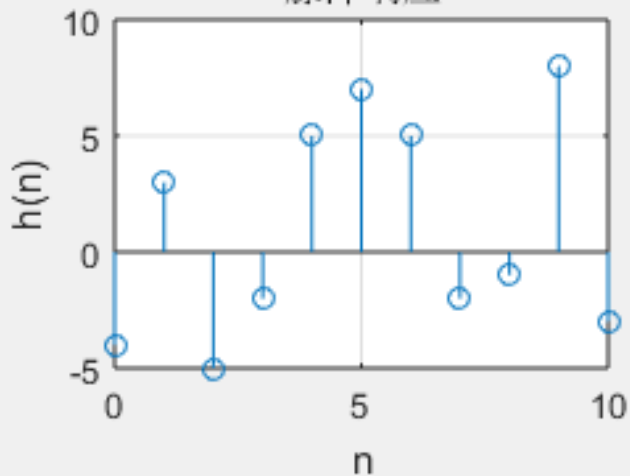
```
ex507.m × +
1 -   clc;
2 -   clear;
3 -   h=[-4 3 -5 -2  5 7 5 -2 -1 8 -3];
4 -   M=length(h);
5 -   n=0:M-1;
6 -   [Hr, w, d, L]=hr_type4(h);
7 -   subplot(2, 2, 1);
8 -   stem(n, h);
9 -   xlabel('n');
10 -  ylabel('h(n)');
11 -  title('脉冲响应');
12 -  grid on
13 -  subplot(2, 2, 3);
14 -  stem(1:L, d);
15 -  xlabel('n');
16 -  ylabel('d(n)');
17 -  title('d(n)系数');
18 -  grid on
19 -  subplot(2, 2, 2);
20 -  plot(w/pi, Hr);
21 -  xlabel('频率单位pi'); ylabel('Hr');
22 -  title('IV型幅度响应');
23 -  grid on
24 -  subplot(2, 2, 4);
25 -  %pzplotz(h, 1);
26 -  zplane(h, 1);
27 -  grid on
```

Figure 1

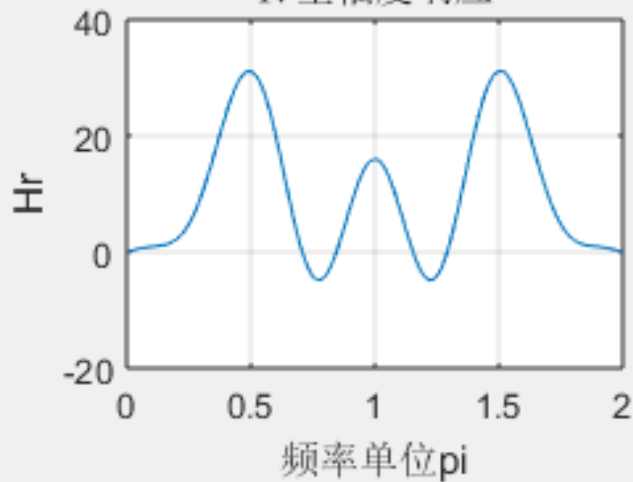
文件(F) 编辑(E) 查看(V) 插入(I) 工具(T) 桌面(D) 窗口(W) 帮助(H)



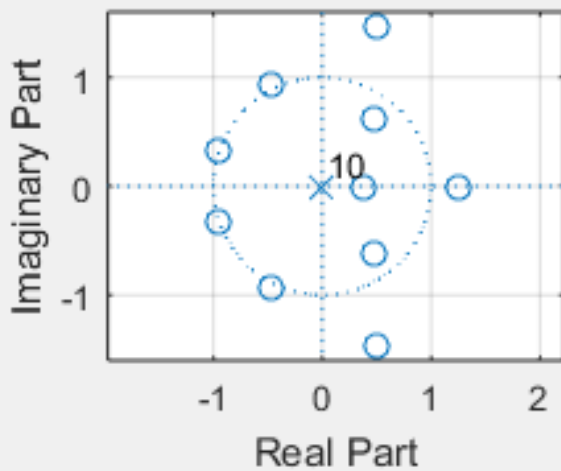
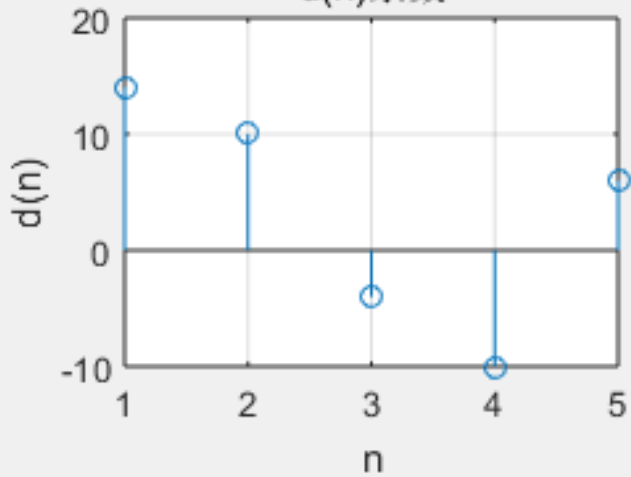
脉冲响应



IV型幅度响应



d(n)系数



**【例5-8】** 设计4类线性相位低通滤波器的幅度响应。

设计4类线性相位低通滤波器的幅度响应的用户自定义函数如下：

```
function [A,w,type,tao] = amplres (h)
% h:   FIR数字滤波器的脉冲响应
% A:   滤波器的幅度特性
% w:   在 [0, 2*pi]  区间内计算Hr  的512个频率点
% type: 线性相位滤波器的类型
% tao: 幅度特性的群迟延
N=length (h);
tao= (N-1) /2;
L=floor (tao);
n=1:L+1;
w= [0:511] *2*pi/512;
if all (abs (h (n) -h (N-n+1)) 1e-8)
    if mod (N,2) =0
        A=2*h (n) *cos (((N+1) /2-n) '*w) -h (L+1);
        type=1
    else
        A=2*h (n) *cos (((N+1) /2-n) '*w);
        type =2;
    end
elseif all (abs (h (n) +h (N-n+1)) 1e-8) && (h (L+1) *mod (N,2) ==
0)
```

```

    A=2*h (n) *sin (((N+1) /2-n) '*w);
if mod (N,2) =0
    type=3;
    else type=4;
    end
else error ('error: 非线性相位滤波器!')
end

```

运行程序如下:

```

clear all; close all; clc;
h1 = [-3,1,-1,-2,5,6,5,-2,-1,1,-3];
h2 = [-3,1,-1,-2,5,6,6,5,-2,-1,1,-3];
h3 = [-3,1,-1,-2,5,0,-5,2,1,-1,3];
h4 = [-3,1,-1,-2,5,6,-6,-5,2,1,-1,3];
[A1,w1,a1,L1] =amplres (h1);
[A2,w2,a2,L2] =amplres (h2);
[A3,w3,a3,L3] =amplres (h3);
[A4,w4,a4,L4] =amplres (h4);
figure (1),
n1=0:length (h1) -1;
amax = max (h1) +1; amin = min (h1) -1;
subplot (241);

```

```
stem (n1,h1,'k');
axis ([-1 2*L1+1 amin amax])
text (5,-6,'n');
ylabel ('h (n) ');
title ('脉冲响应')
subplot (242);
plot (w1,A1,'k'); grid;
text (4,-18,'w');
ylabel ('A (\omega) ');
title ('I型幅度响应')
n2=0:length (h2) -1;
amax = max (h2) +1;
amin = min (h2) -1;
subplot (243);
stem (n2,h2,'k');
axis ([-1 2*L2+1 amin amax]);
text (5,-6,'n');
ylabel ('h (n) ');
title ('脉冲响应');
subplot (244); plot (w2,A2,'k');
grid;text (4,-28,'w');
ylabel ('A (\omega) ');
title ('II型幅度响应')
n3=0:length (h3) -1;
amax = max (h3) +1;
amin = min (h3) -1;
```



```
subplot (245);
stem (n3,h3,'k');
axis ([-1 2*L3+1 amin amax])
text (5,-7,'n');
ylabel ('h (n) ');
title ('脉冲响应');
subplot (246);
plot (w3,A3,'k');
grid;
text (4,-28,'w');
ylabel ('A (\omega) ');
title ('III型幅度响应');
n4=0:length (h4) -1;
amax = max (h4) +1;
amin = min (h4) -1;
subplot (247);
stem (n4,h4,'k');
axis ([-1 2*L4+1 amin amax]);
text (5,-8,'n');
ylabel ('h (n) ');
title ('脉冲响应');
subplot (248);
plot (w4,A4,'k'); grid;
text (4,-12,'w');
ylabel ('A (\omega) ');
title ('IV型幅度响应');
```

运行结果如图5-7所示。

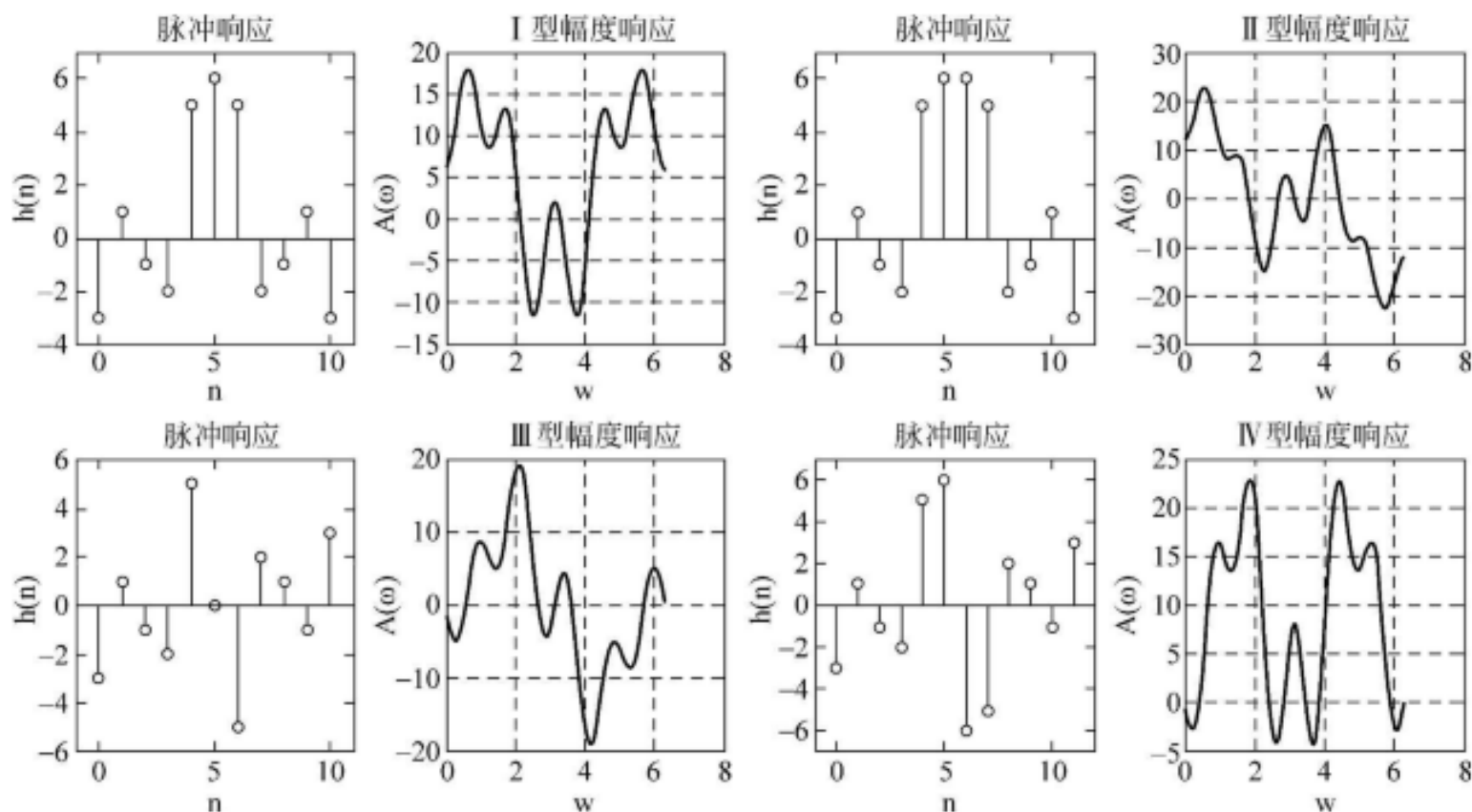


图5-7 4类线性相位低通滤波器的幅度响应

ex508.m × ampres.m × +

%其MATLAB实现源代码如下:

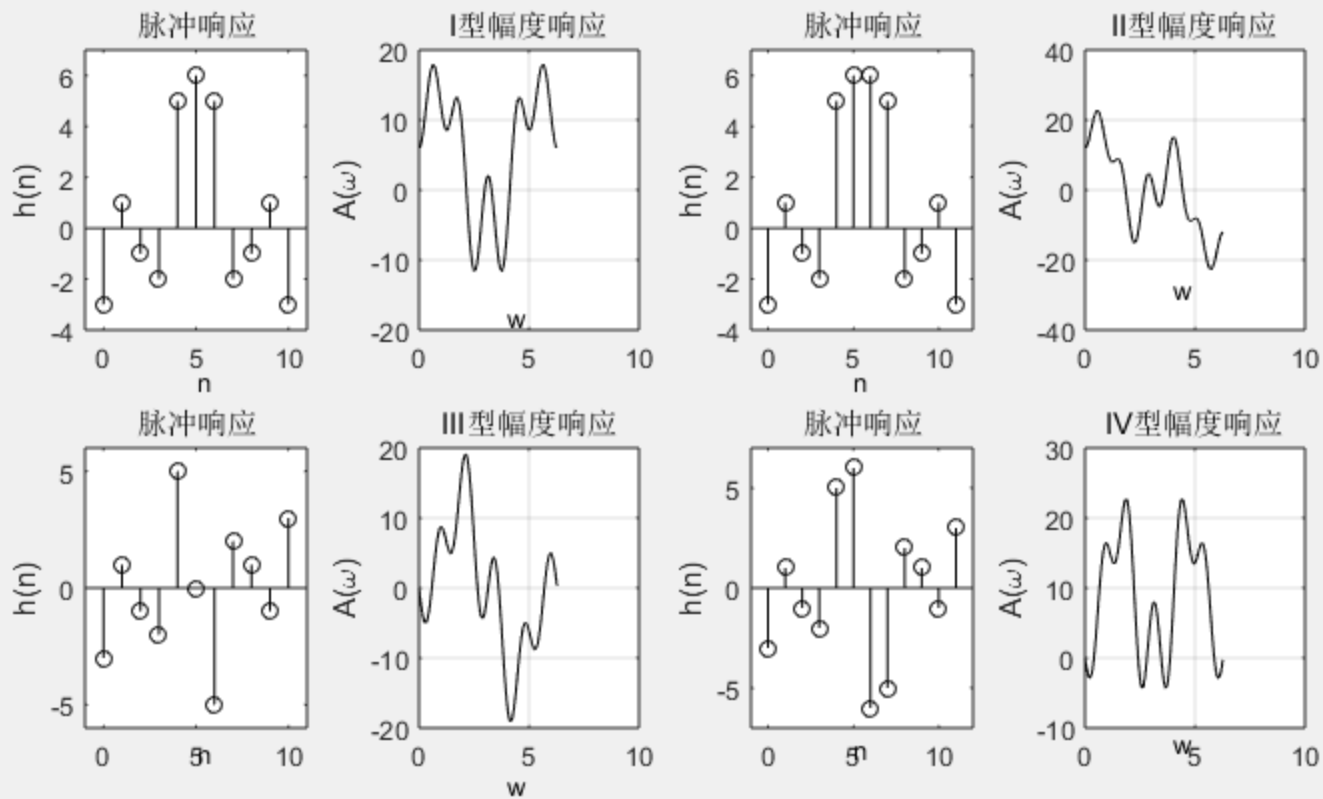
```
1 clear; close all; clc;
2 h1 = [-3, 1, -1, -2, 5, 6, 5, -2, -1, 1, -3];
3 h2 = [-3, 1, -1, -2, 5, 6, 6, 5, -2, -1, 1, -3];
4 h3 = [-3, 1, -1, -2, 5, 0, -5, 2, 1, -1, 3];
5 h4 = [-3, 1, -1, -2, 5, 6, -6, -5, 2, 1, -1, 3];
6 [A1, w1, a1, L1]=ampres(h1);
7 [A2, w2, a2, L2]=ampres(h2);
8 [A3, w3, a3, L3]=ampres(h3);
9 [A4, w4, a4, L4]=ampres(h4);
10 figure(1),
11 n1=0: length(h1)-1;
12 amax = max(h1)+1; amin = min(h1)-1;
13 subplot(241);
14 stem(n1, h1, 'k');
15 axis([-1 2*L1+1 amin amax])
16 text(5, -6, 'n');
17 ylabel('h(n)');
18 title('脉冲响应');
19 subplot(242);
20 plot(w1, A1, 'k');grid;
21 text(4, -18, 'w');
22 ylabel('A(\omega)');
23 title('I型幅度响应');
```

```
25 n2=0: length(h2)-1;
26 amax = max(h2)+1;
27 amin = min(h2)-1;
28 subplot(243);
29 stem(n2, h2, 'k');
30 axis([-1 2*L2+1 amin amax]);
31 text(5, -6, 'n');
32 ylabel('h(n)');
33 title('脉冲响应');
34 subplot(244):plot(w2, A2, 'k');
35 grid;text(4, -28, 'w');
36 ylabel('A(\omega)');
37 title('II型幅度响应');
38 n3=0: length(h3)-1;
39 amax = max(h3)+1;
40 amin = min(h3)-1;
41 subplot(245);
42 stem(n3, h3, 'k');
43 axis([-1 2*L3+1 amin amax])
44 text(5, -7, 'n');
45 ylabel('h(n)');
46 title('脉冲响应');
47 subplot(246);
48 plot(w3, A3, 'k');
49 grid;
```

```
50 text(4, -28, 'w');
51 ylabel('A(\omega)');
52 title('III型幅度响应');
53 n4=0: length(h4)-1;
54 amax = max(h4)+1;
55 amin = min(h4)-1;
56 subplot(247);
57 stem(n4, h4, 'k');
58 axis([-1 2*L4+1 amin amax]);
59 text(5, -8, 'n');
60 ylabel('h(n)');
61 title('脉冲响应');
62 subplot(248);
63 plot(w4, A4, 'k');grid;
64 text(4, -12, 'w');
65 ylabel('A(\omega)');
66 title('IV型幅度响应');
```

Figure 1

文件(F) 编辑(E) 查看(V) 插入(I) 工具(T) 桌面(D) 窗口(W) 帮助(H)



### 5.2.3 线性相位FIR滤波器的零点特性

对于 I 型或 II 型线性相位滤波器

$$h(n) = h(N-1-n)$$

意味着

$$H(z) = z^{-(N-1)} H(z^{-1})$$

对于 III 型或 IV 型线性相位滤波器

$$h(n) = -h(N-1-n)$$

意味着

$$H(z) = -z^{-(N-1)} H(z^{-1})$$

在上述两种情况下，如果  $H(z)$  在  $z=z_0$  处等于零，则在  $z=1/z_0$  处也一定等于零，所以  $H(z)$  的零点呈倒数对出现。另外，若  $h(n)$  是实值的，则复零点呈共轭倒数对出现，或者说是共轭镜像的。

一个线性相位滤波器零点的四种结构

(1) 零点既不在实轴上，也不在单位圆上，即  $z_i = r_i e^{j\theta_i}$ ,  $r_i \neq 1$ ,  $\theta_i \neq 0$ ，有四组零点是两组互为倒数的共轭对，其基本因子为

$$\begin{aligned}
 H_i(z) &= (1 - z^{-1}r_i e^{j\theta_i})(1 - z^{-1}r_i e^{-j\theta_i})(1 - z^{-1}\frac{1}{r_i}e^{j\theta_i})(1 - z^{-1}\frac{1}{r_i}e^{-j\theta_i}) \\
 &= \frac{1}{r_i^2}[1 - 2r_i(\cos\theta_i)z^{-1} + r_i^2z^{-2}][1 - 2r_i(\cos\theta_i)z^{-1} + z^{-2}]
 \end{aligned}$$

(2) 零点在单位圆上，但不在实轴上，此时 $r_i=1$ ， $\theta_i \neq 0$ ， $\theta_i \neq \pi$ ，零点的共轭值就是它的倒数，其基本因子为

$$H_i(z) = (1 - z^{-1}e^{j\theta_i})(1 - z^{-1}e^{-j\theta_i}) = 1 - 2(\cos\theta_i)z^{-1} + z^{-2}$$

(3) 零点在实轴上，但不在单位圆上，即 $r_i \neq 1$ ， $\theta_i = 0$ 或 $\pi$ ，此时零点是实数，它没有复共轭部分，只有倒数，倒数也在实轴上，其基本因子为

$$H_i(z) = (1 \pm r_i z^{-1})\left(1 \pm \frac{1}{r_i}z^{-1}\right) = 1 \pm \left(r_i + \frac{1}{r_i}\right)z^{-1} + z^{-2}$$

其中，式中负号零点在负实轴上，正号相当于零点在正实轴上。

(4) 零点既在单位圆上，也在实轴上，即 $r_i=1$ ， $\theta_i=0$ 或 $\pi$ ，此时零点只有两种情况，即 $z=1$ 或 $z=-1$ ，这时零点既是自己的复共轭，又是倒数，其基本因子为

$$H_i(z) = 1 \pm z^{-1}$$

其中，式中负号零点在负实轴上，正号相当于零点在正实轴上。

**【例5-9】** 画出所给出的4种滤波器的系数的零极点图。

```
clear all;
close all; clc;
h1 = [-4, 2, -2, -2, 5, 7, 5, -2, -2, 2, -4];
h2 = [-4, 2, -2, -2, 5, 7, 7, 5, -2, -2, 2, -4];
h3 = [-4, 2, -2, -2, 5, 0, -5, 2, 2, -2, 4];
h4 = [-4, 2, -2, -2, 5, 7, -7, -5, 2, 2, -2, 4];
subplot (2,2,1);
zplane (h1,1);
title ('I型零极点');
subplot (2,2,2);
zplane (h2,1); title ('II型零极点');
subplot (2,2,3);
zplane (h3,1);
title ('III型零极点');
subplot (2,2,4);
zplane (h4,1);
title ('IV型零极点');
```

运行结果如图5-8所示。

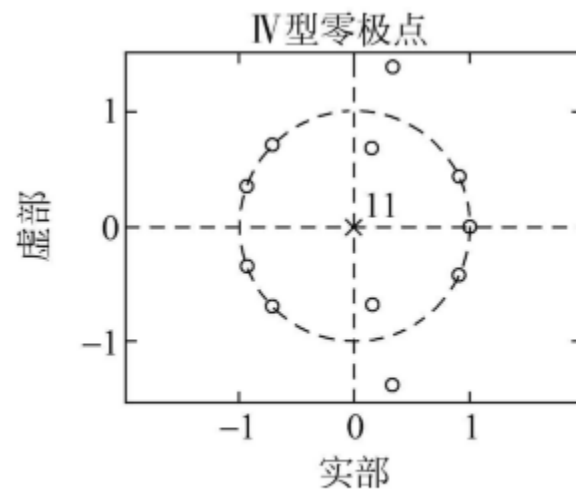
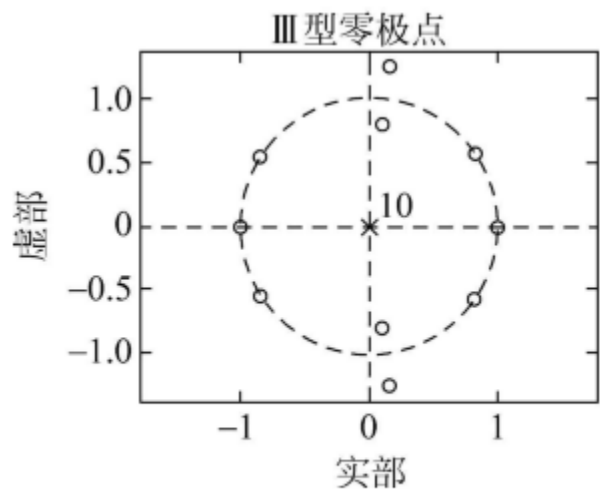
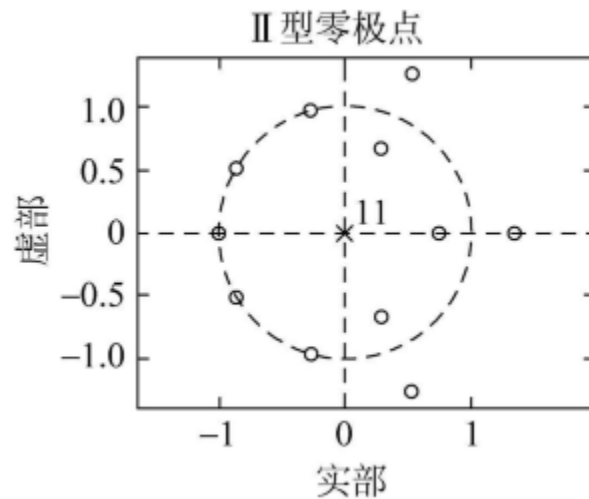
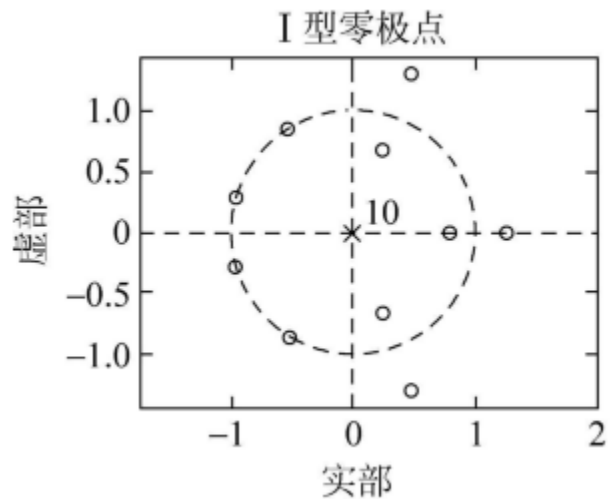
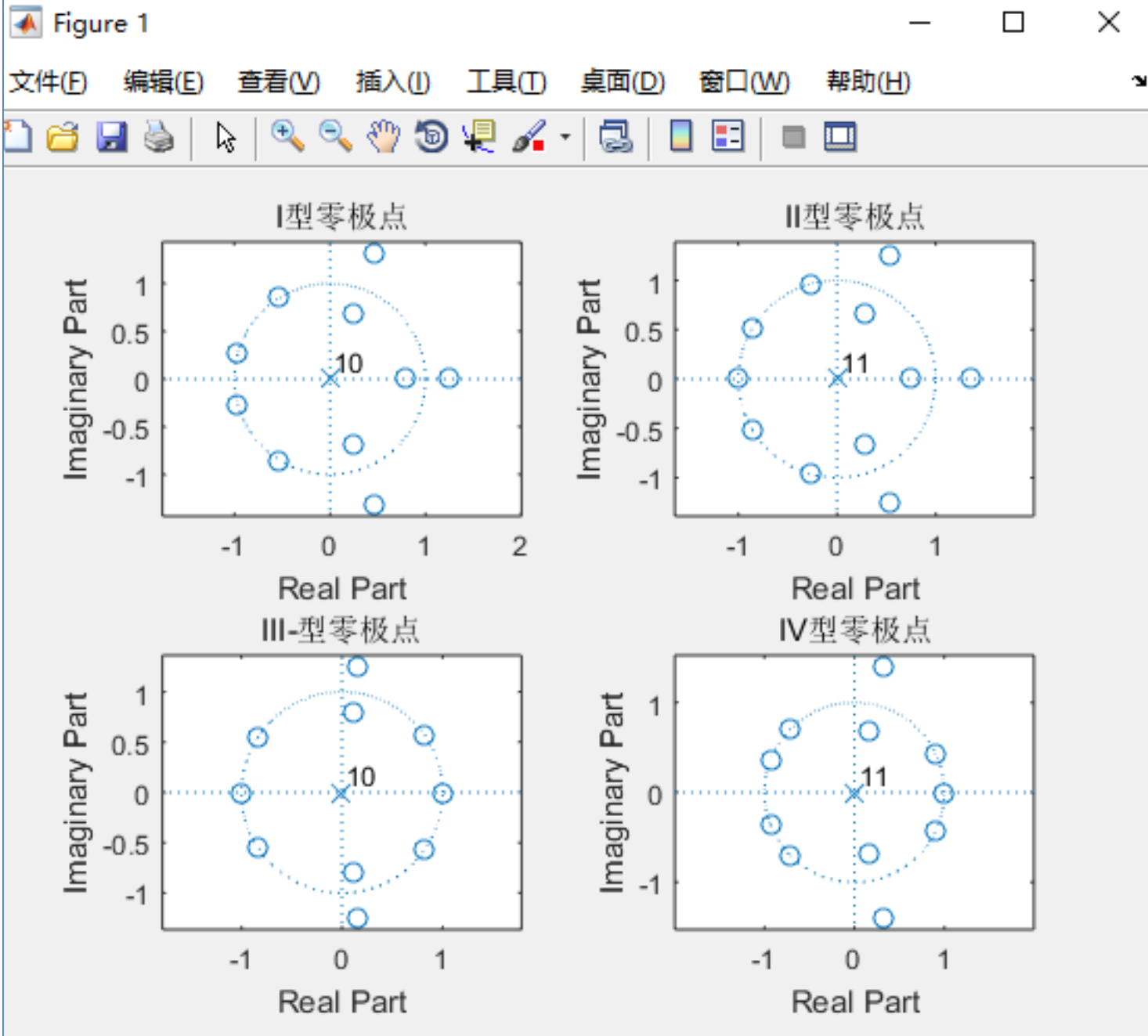


图5-8 4种滤波器的系数的零极点图



```
ex509.m x +
1 - clear;
2 - close all;
3 - clc;
4 - h1 = [-4, 2, -2, -2, 5, 7, 5, -2, -2, 2, -4];
5 - h2 = [-4, 2, -2, -2, 5, 7, 7, 5, -2, -2, 2, -4];
6 - h3 = [-4, 2, -2, -2, 5, 0, -5, 2, 2, -2, 4];
7 - h4 = [-4, 2, -2, -2, 5, 7, -7, -5, 2, 2, -2, 4];
8 - subplot(2, 2, 1);
9 - zplane(h1, 1);
10 - title('I型零极点');
11 - subplot(2, 2, 2);
12 - zplane(h2, 1); title('II型零极点');
13 - subplot(2, 2, 3);
14 - zplane(h3, 1);
15 - title('III-型零极点');
16 - subplot(2, 2, 4);
17 - zplane(h4, 1);
18 - title('IV型零极点');
19
```



## 5.3 常用窗函数法FIR滤波器设计

窗函数法在FIR滤波器设计中具有很重要的作用，下面将介绍几种常用的窗函数。

### 5.3.1 窗函数的基本原理

通常希望所设计的滤波器具有理想的幅频和相频特性，一个理想的低通频率特性滤波器的频率特性可表示如下：

$$H_d(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h_d(n) e^{-j\omega n} = \begin{cases} e^{-j\alpha\omega} \\ 0 \end{cases}$$

对应的单位脉冲响应为

$$h_d(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} e^{-j\alpha\omega} e^{j\omega n} d\omega = \frac{\sin[\omega_c(n-\alpha)]}{\pi(n-\alpha)}$$

式中，

$$\alpha = \frac{1}{2}(N-1)$$

由于理想滤波器在边界频率处不连续，故其时域信号 $h_d(n)$ 一定是无限时宽的，也是非因果的序列，所以理想低通滤波器是无法实现的。如果要实现一个具有理想线性相位特性的滤波器，其幅频特性只能采取逼近理想幅频特性的方法实现。

如果把 $h_d(n)$ 进行截取,并保证截取过程中序列保持对称,而且截取长度为 $N$ ,则对称点为 $\alpha = \frac{1}{2}(N-1)$ 。若截取后序列为 $h(n)$ ,即

$$h(n) = h_d(n) w(n)$$

式中, $w(n)$ 为截取函数,又称窗函数。从截取的原理看出序列 $h(n)$ 可以认为是从一个矩形窗口看到的一部分 $h_d(n)$ 。如果窗函数为矩形序列 $R_N(n)$ ,则称为矩形窗。窗函数有多种形式,为保证加窗后系统的线性相位特性,必须保证加窗后的序列关于 $\alpha = \frac{1}{2}(N-1)$ 点对称。

理想滤波器单位脉冲响应 $h_d(n)$ 经过矩形窗函数截取后变为 $h(n)$ ,所以

$$h(n) = \begin{cases} h_d(n) \\ 0 \end{cases}$$

窗函数设计法的基本思路是用一个长度为 $N$ 的序列 $h(n)$ 替代 $h_d(n)$ ,作为实际设计的滤波器的单位脉冲响应,其系统函数为

$$H(z) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n) z^{-n}$$

这种设计思想称为窗函数设计法。

### 5.3.2 矩形窗

矩形窗 (Rectangular Window) 的窗函数为

$$w_R(n) = R_N(n)$$

幅度函数为

$$R_N(\omega) = \frac{\sin(\omega N/2)}{\sin(\omega/2)}$$

它的主瓣宽度为 $4\pi/N$ ，第一旁瓣比主瓣低13dB。

在MATLAB中，实现矩形窗的函数为boxcar和rectwin，其调用格式如下：

```
w=boxcar(N)
w=rectwin(N)
```

其中，N是窗函数的长度，返回值w是一个N阶的向量，它的元素由窗函数的值组成。w=boxcar等价于w=ones(N,1)。

**【例5-10】** 矩形窗示例。

```
n = 60;
w = rectwin(n);
wvtool(w)
```

运行结果如图5-9所示。

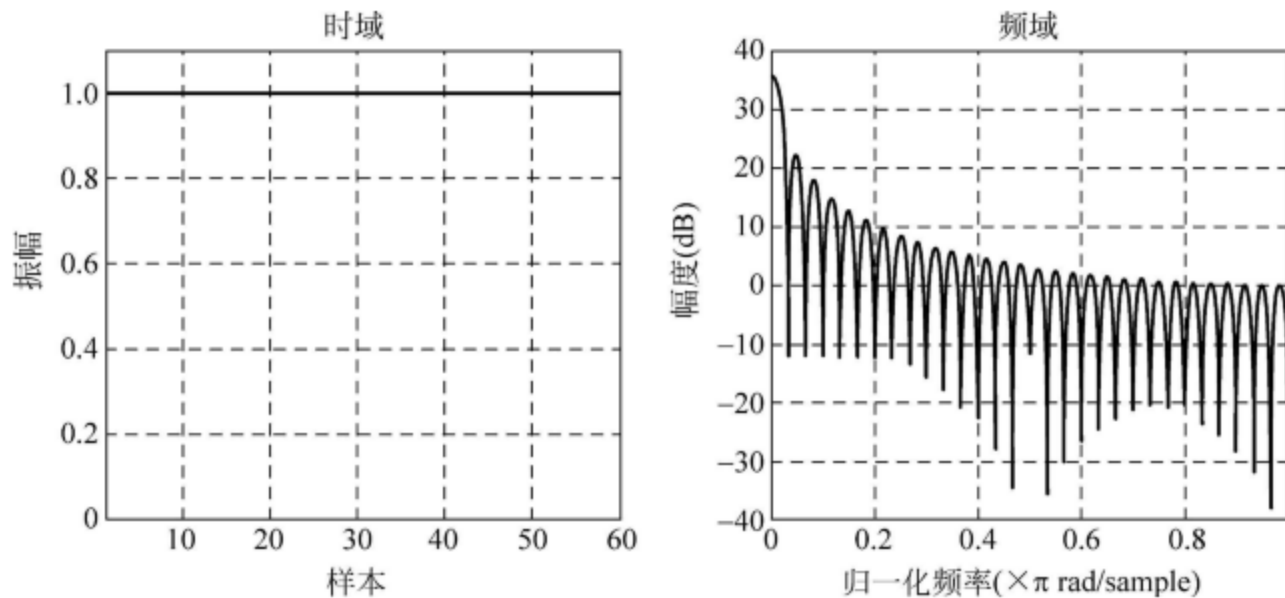
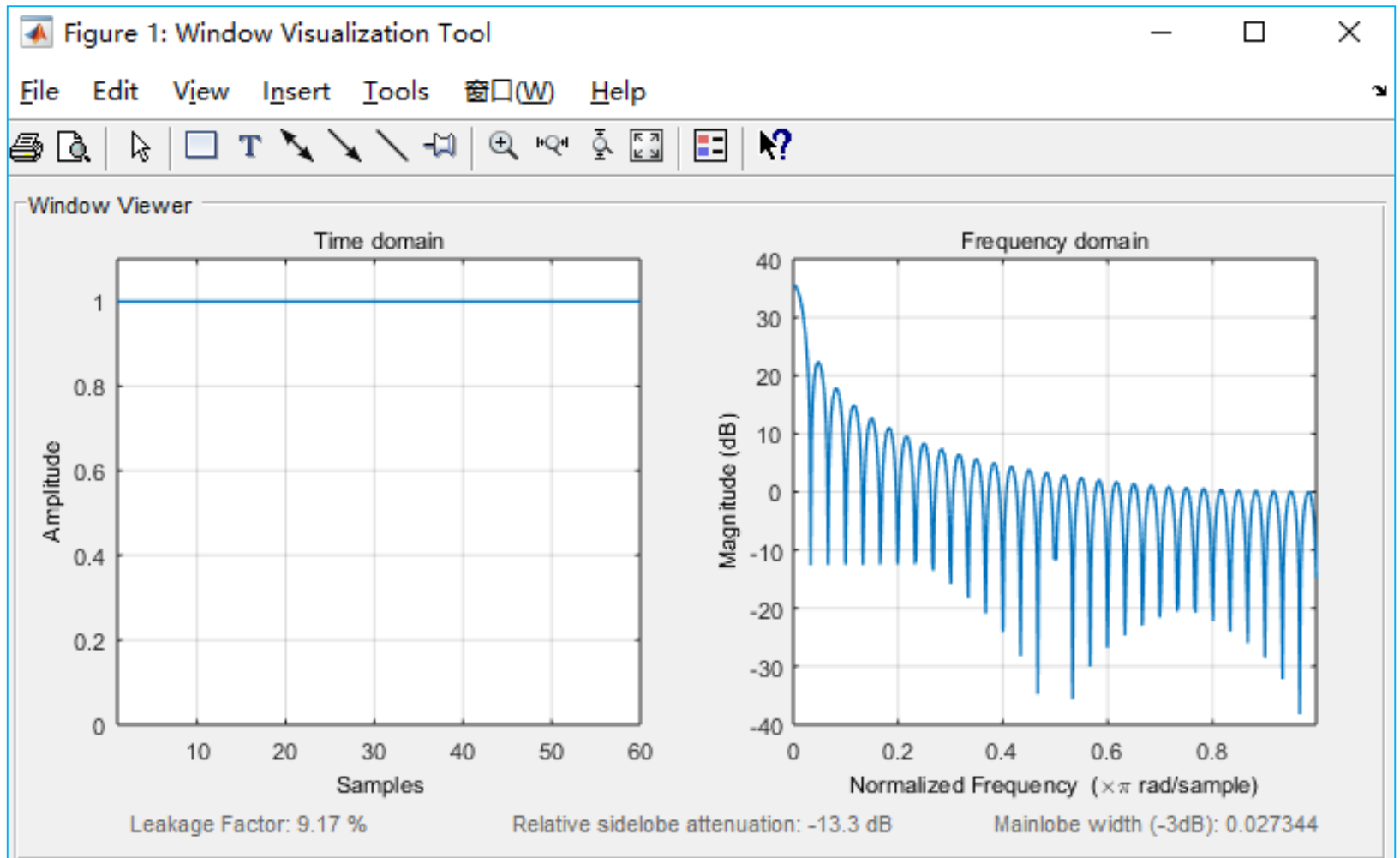


图5-9 矩形窗

```
ex510.m × +
1 - n = 60;
2 - w = rectwin(n);
3 - wvtool(w)
4
```



**【例5-11】** 运用矩形窗设计FIR带阻滤波器。

运行过程中需要调用用户自定义的两个子程序。

调用子程序1

```
function hd=ideal_bs (Wcl,Wch,m);  
alpha=(m-1)/2;  
n=[0:1:(m-1)];  
m=n-alpha+eps;
```



运行结果如图5-10所示。

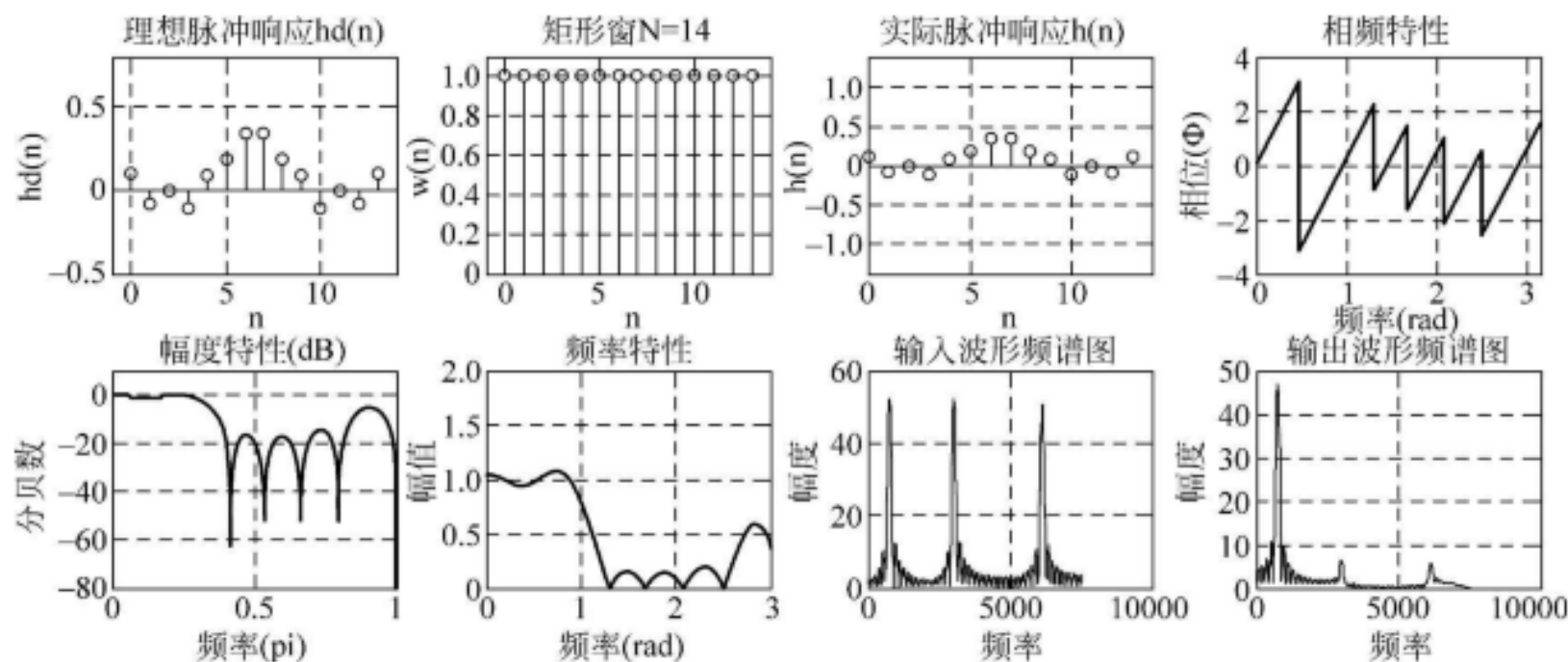
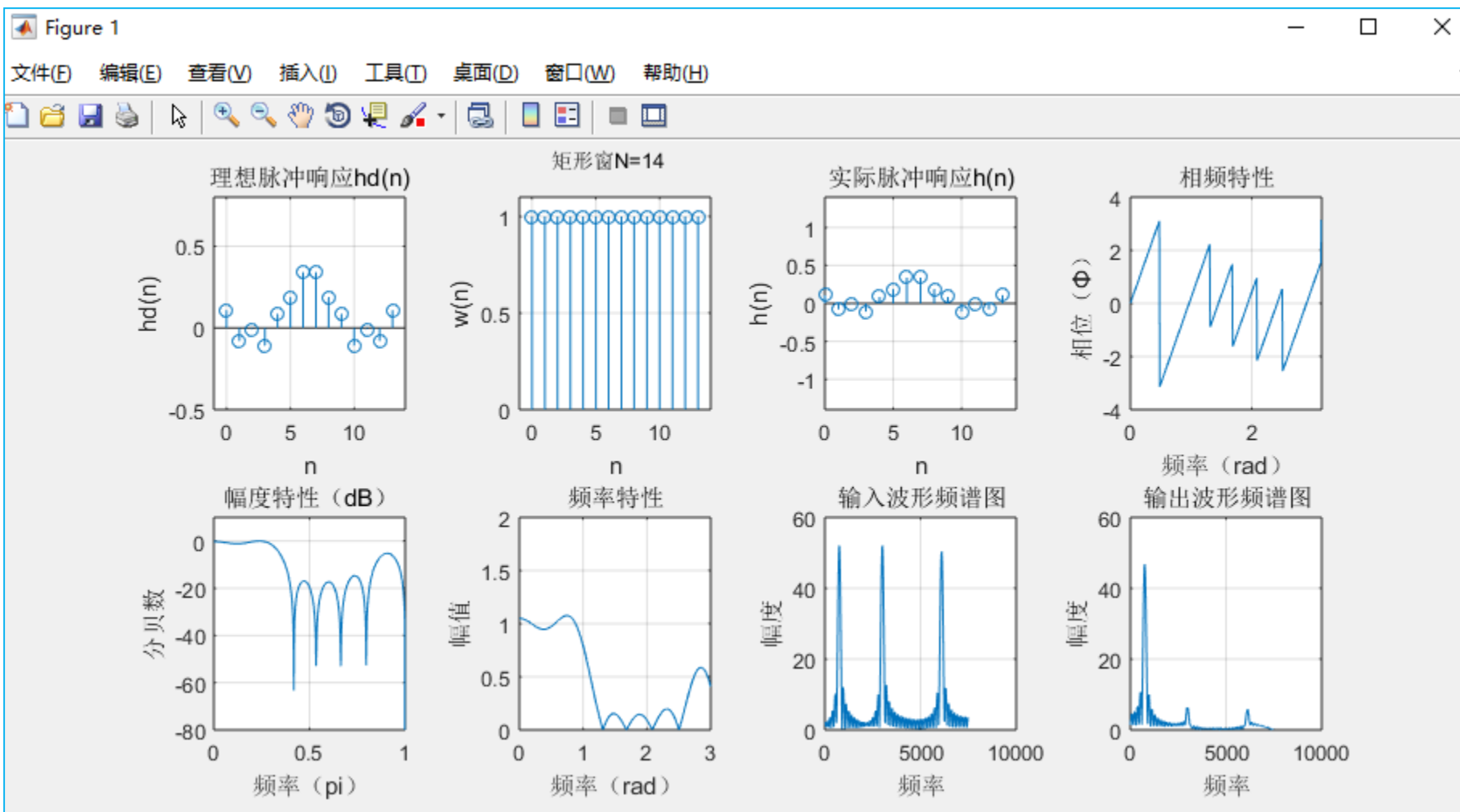


图5-10 FIR带阻滤波器及其输入输出结果

```
编辑器 - C:\Users\Zhiguo\Documents\MATLAB\zgdsp\chapter05\ex511.m
ex511.m x ideal_bs.m x freqz_m2.m x +
1 %运行MATLAB源代码如下:
2 - clc;
3 - clear;
4 - Wph=3*pi*6.25/15;
5 - Wpl=3*pi/15;
6 - Wsl=3*pi*2.5/15;
7 - Wsh=3*pi*4.75/15;
8 - tr_width=min((Wsl-Wpl), (Wph-Wsh));
9 %过渡带宽度
10 - N=ceil(4*pi/tr_width); %滤波器长度
11 - n=0:1:N-1;
12 - Wcl=(Wsl+Wpl)/2; %理想滤波器的截止频率
13 - Wch=(Wsh+Wph)/2;
14 - hd=ideal_bs(Wcl,Wch,N); %理想滤波器的单位冲击响应
15 - w_ham=(boxcar(N))';
16 - string=['矩形窗', 'N=', num2str(N)];
17 - h=hd.*w_ham; %截取取得实际的单位脉冲响应
18 - [db,mag,pha,w]=freqz_m2(h,[1]);
19 %计算实际滤波器的幅度响应
20 - delta_w=2*pi/1000;
21 - subplot(241);
22 - stem(n,hd);
23 - title('理想脉冲响应hd(n)')
24 - axis([-1,N,-0.5,0.8]);
```



幅频特性

### 5.3.8 窗函数设计法

设计一个FIR滤波器通常按下面步骤进行：

(1) 根据滤波器设计要求指标，确定滤波器的过渡带宽和阻带衰减要求，选择窗函数的类型并估计窗的宽度N。

(2) 根据所要求的理想滤波器求出单位脉冲响应 $h_d(n)$ 。

(3) 根据求得的 $h_d(n)$ 求出其频率响应：
$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{N-1} h_d(n)e^{-j\omega n}。$$

(4) 根据频响验证是否满足技术指标。

(5) 若不满足指标要求，则应调整窗函数类型或长度，然后重复以上步骤，直到满足要求为止。

由于N的选择对阻带最小衰减 $\alpha_s$ 影响不大，所以可以直接根据 $\alpha_s$ 确定窗函数 $w(n)$ 的类型。然后可根据过渡带宽度小于给定指标的原则确定窗函数的长度N。指标给定的过渡带宽度由下式给出：

$$\Delta \omega = \omega_s - \omega_p$$

不同的窗函数，过渡带计算公式不同，但过渡带与窗函数的长度N成反比，由此可确定出长度N。N选择的原则是在保证阻带衰减要求的情况下，尽量选择小的N。当N和窗函数类型确定后，可根据MATLAB提供的函数求出相应的窗函数。

一般情况下， $h_d(n)$ 不易求得，可采用数值方法求得，过程是

$$H_d(e^{j\omega}) \xrightarrow{0 \sim 2\pi M \text{ 点采样}} H_d(k) \xrightarrow[\text{IDFT}]{\text{IDET}} h_M(n) = \sum_{r=-\infty}^{+\infty} h_d(n+rM)$$

采样间隔 $M$ 应足够大并满足采样定理，以保证窗口内 $h_M(n)$ 与 $h_d(n)$ 足够逼近。

计算滤波器的单位脉冲响应 $h(n)$ ，根据窗函数设计理论 $h(n)=h_d(n) \cdot w(n)$ ，在MATLAB中用语句 $hn=hd*wd$ 实现 $h(n)$ 。需要说明是MATLAB中的数据通常是以列向量形式存在的，所以两个向量相乘 $hd$ 必须进行转置。

运行子程序如下：

```
function [h]=usefir1(mode,n,fp,fs>window,r,sample)
% mode:模式(1—高通; 2—低通; 3—带通; 4—带阻)
% n:阶数, 加窗的点数为阶数加1
% fp:高通和低通时指示截止频率, 带通和带阻时指示下限频率
% fs:带通和带阻时指示上限频率
% window:加窗(1—矩形窗; 2—三角窗; 3—巴特窗; 4—海明窗;
% 5—汉宁窗; 6—布莱克曼窗; 7—凯塞窗; 8—切比雪夫窗)
% r代表加chebyshev窗的r值和加kaiser窗时的beta值
% sample:采样率
% h:返回设计好的FIR滤波器系数
if window==1 w=boxcar(n+1);
```

**【例5-21】** 假设需设计一个40阶的带通FIR滤波器，采用巴特窗，采样频率为10kHz，两个截止频率分别为2kHz和3kHz，则只需在MATLAB的命令窗口下输入：

```
h=usefir1(3,60,2000,3000,3,2,10000);
```

运行结果如图5-21所示。

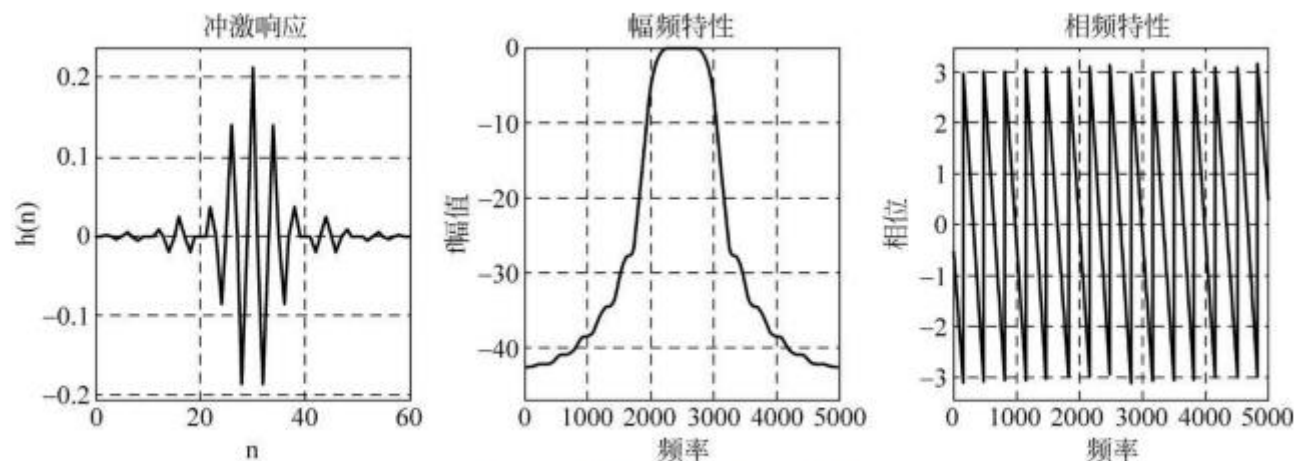
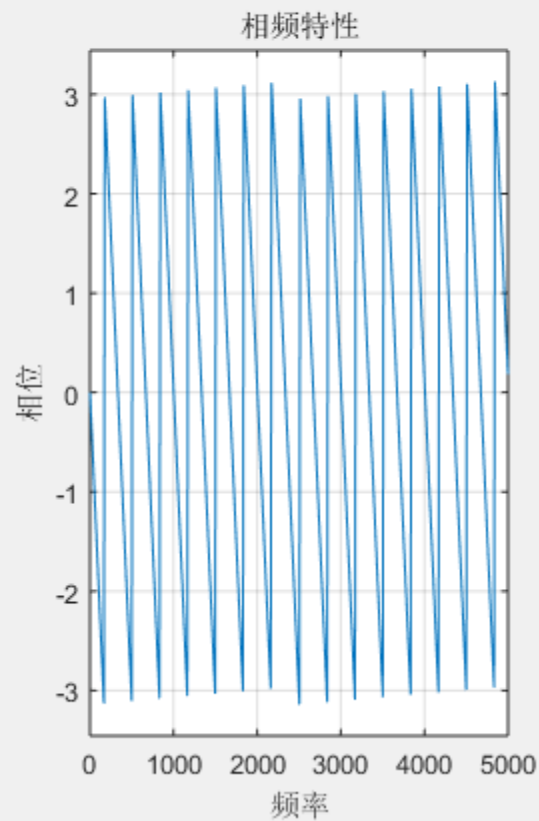
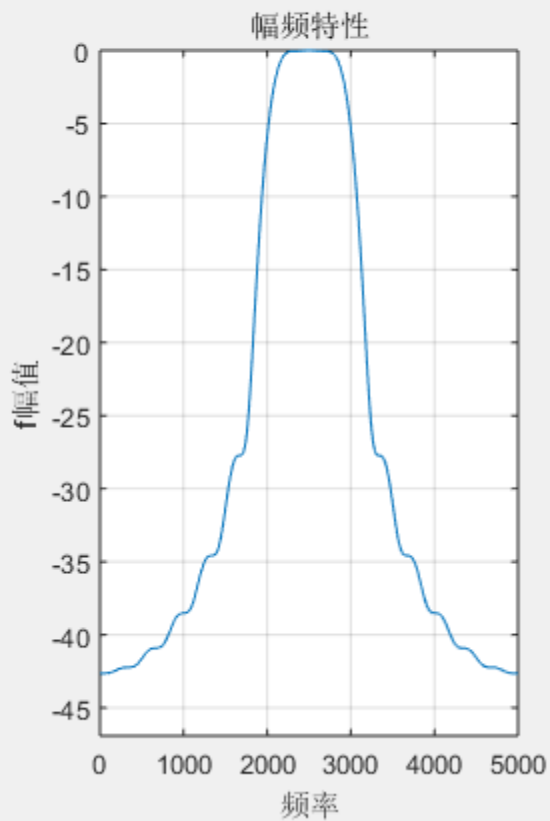
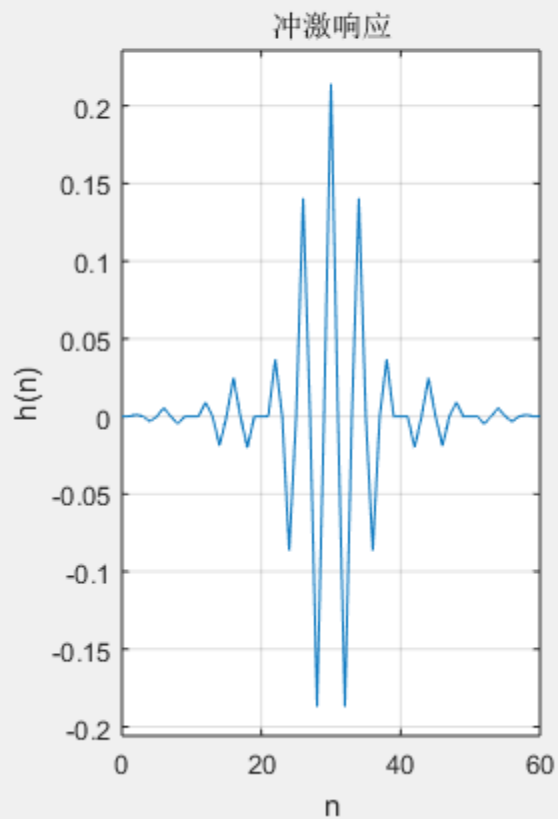


图5-21 巴特窗带通滤波器

```
>> h=usefir1(3,60,2000,3000,3,2,10000)
```

Figure 1

文件(F) 编辑(E) 查看(V) 插入(I) 工具(T) 桌面(D) 窗口(W) 帮助(H)



```
>> help fir1
```

**fir1** FIR filter design using the window method.

$B = \text{fir1}(N, W_n)$  designs an  $N$ 'th order lowpass FIR digital filter and returns the filter coefficients in length  $N+1$  vector  $B$ .

The cut-off frequency  $W_n$  must be between  $0 < W_n < 1.0$ , with 1.0 corresponding to half the sample rate. The filter  $B$  is real and has linear phase. The normalized gain of the filter at  $W_n$  is -6 dB.

$B = \text{fir1}(N, W_n, 'high')$  designs an  $N$ 'th order highpass filter.

You can also use  $B = \text{fir1}(N, W_n, 'low')$  to design a lowpass filter.

If  $W_n$  is a two-element vector,  $W_n = [W_1 \ W_2]$ , **fir1** returns an order  $N$  bandpass filter with passband  $W_1 < W < W_2$ . You can also specify  $B = \text{fir1}(N, W_n, 'bandpass')$ . If  $W_n = [W_1 \ W_2]$ ,  $B = \text{fir1}(N, W_n, 'stop')$  will design a bandstop filter.



```
编辑器 - C:\Users\Zhiguo\Documents\MATLAB\zzgdsp\chapter05\usefir1.m
usefir1.m x +
1 function [h]=usefir1(mode,n,fp,fs>window,r,sample)
2 % mode: 模式(1--高通; 2--低通; 3--带通; 4--带阻)
3 % n: 阶数, 加窗的点数阶数加1
4 % fp: 高通和低通时指示截止频率, 带通和带阻时指示下限频率
5 % fs: 带通和带阻时指示上限频率
6 % window: 加窗(1--矩形窗; 2--三角窗; 3--巴特窗; 4--汉明窗;
7 %5--汉宁窗; 6--布莱克曼窗; 7--凯泽窗; 8--契比雪夫窗)
8 % r代表加chebyshev窗的r值和加kaiser窗时的beta值
9 % sample: 采样率
10 % h: 返回设计好的FIR滤波器系数
11 - if window==1 w=boxcar(n+1);
12 - end
13 - if window==2 w=triang(n+1);end
14 - if window==3 w=bartlett(n+1);end
15 - if window==4 w=hamming(n+1);end
16 - if window==5 w=hanning(n+1);end
17 - if window==6 w=blackman(n+1);end
18 - if window==7 w=kaiser(n+1,r);end
19 - if window==8 w=chebwin(n+1,r);
20 - end
21 - wp=2*fp/sample;
22 - ws=2*fs/sample;
23 - if mode==1 h=fir1(n,wp,'high',w);
24 - end
25 - if mode==2 h=fir1(n,wp,'low',w);
```

## 5.4 频率取样FIR滤波器的设计

窗函数方法设计数字滤波器的问题

优点：窗函数法设计数字滤波器具有设计简单、方便实用的特点。

缺点：由于窗函数法是从时域出发的一种设计方法，它的设计思想是用理想滤波器的单位脉冲响应作为滤波器系数。而理想单位脉冲响应又不可实现，所以通过加窗截断而改善特性，故实际滤波器产生了与理想滤波器特性的偏差。

改善办法：通过在时域改变截断方式和增加长度就可使实际滤波器特性逼近理想滤波器。尤其在 $H_d(e^{j\omega})$ 比较复杂时，其单位脉冲响应需要通过采样求IDFT得到。

另一个方面，实际设计过程绕了一个圈子，那么就不能直接将要设计的滤波器特性的采样点给出，并由此求得滤波器系数。这样就引出了频率采样设计法。

### 5.4.1 设计的思路与约束条件

(1) 在 $\omega=0\sim 2\pi$ 区间等间隔采样 $N$ 点得 $H_d(k)$

$$H_d(k) = H(e^{j\omega}) \Big|_{\omega=\frac{2\pi}{N}k}$$

(2) 对 $N$ 点 $H_d(k)$ 进行IDFT，得到 $h(n)$

$$h(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} H_d(k) e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$$

(3) 对 $h(n)$ 求 $z$ 变换的系统函数（直接型）

$$H(z) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n) z^{-n}$$

或用内插公式（频率采样型）

$$H(z) = \frac{1 - z^{-N}}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{H_d(k)}{1 - e^{j\frac{2\pi}{N}k} z^{-1}}$$

根据频率采样定理，用有限点频率样点替代理想滤波器频率特性，在时域上由于时域响应要发生混叠，所以所求实际滤波器频率特性 $H(e^{j\omega})$ 与理想特性 $H_d(e^{j\omega})$ 之间存在误差。

频率采样法的要求是

- (1) 在频域上进行采样得到的 $H_d(k)$ 能保证滤波器的线性相位特性。
- (2) 使实际滤波器频率特性与理想滤波器特性之间的误差更小。

通常滤波器具有第一类线性相位特性的时域条件是： $h(n)=h(N-n-1)$ ，而且 $h(n)$ 为实数。与此相对应，滤波器频域表达式

$$H(e^{j\omega}) = H_g(\omega) e^{j\theta(\omega)}$$
$$\theta(\omega) = -\frac{N-1}{2}\omega$$

其幅度特性也具有对称特性且满足下面条件：

$N=$ 奇数时， $H_g(\omega)=H_g(2\pi-\omega)$ ，关于 $\omega=\pi$ 偶对称。

$N=$ 偶数时， $H_g(\omega)=-H_g(2\pi-\omega)$ ，关于 $\omega=\pi$ 奇对称，且 $H_g(\pi)=0$ 。

所以对 $H_d(e^{j\omega})$ 进行 $N$ 点采样得到的 $H_d(k)$ ，也必须具有对称特性。这样才能保证对 $H_d(k)$ 进行IDFT得到的 $h(n)$ 具有偶对称特性，即满足线性相位条件。

【例5-22】 频率采样法低通滤波器。

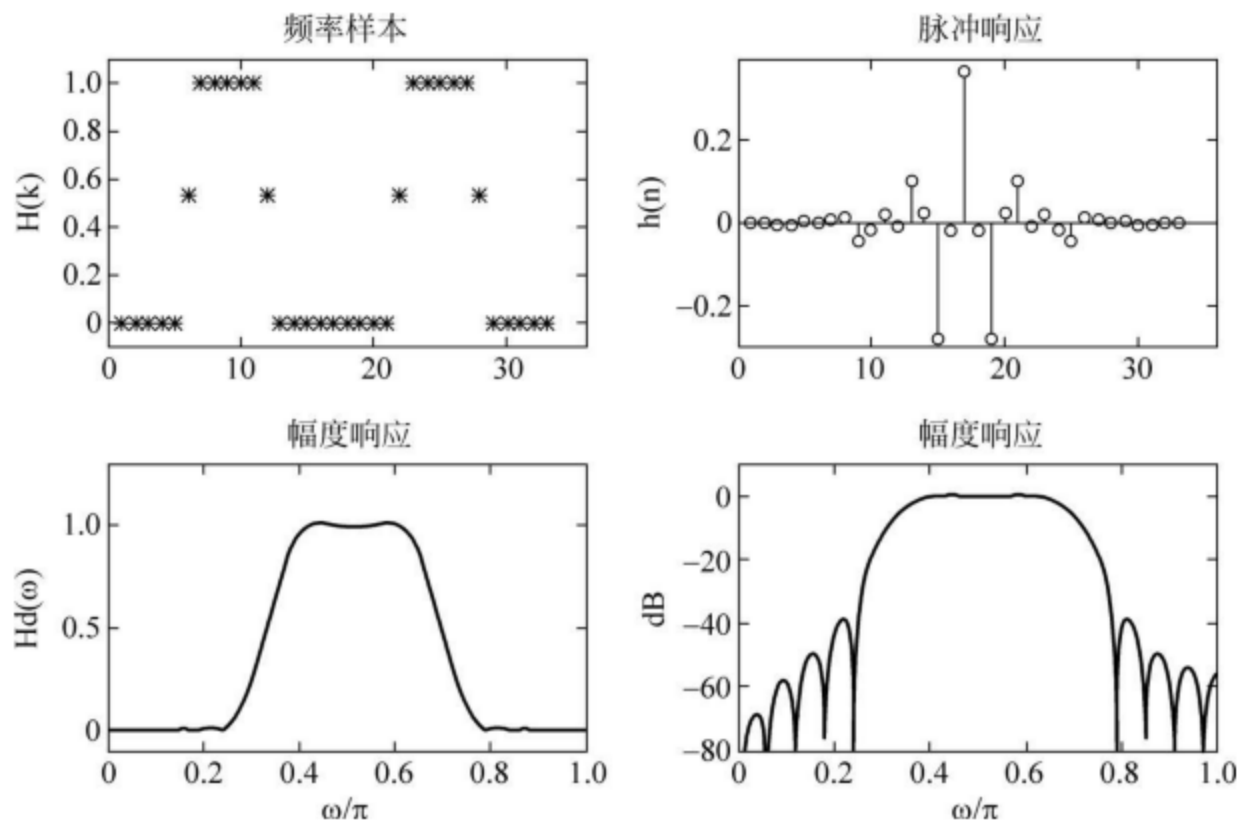
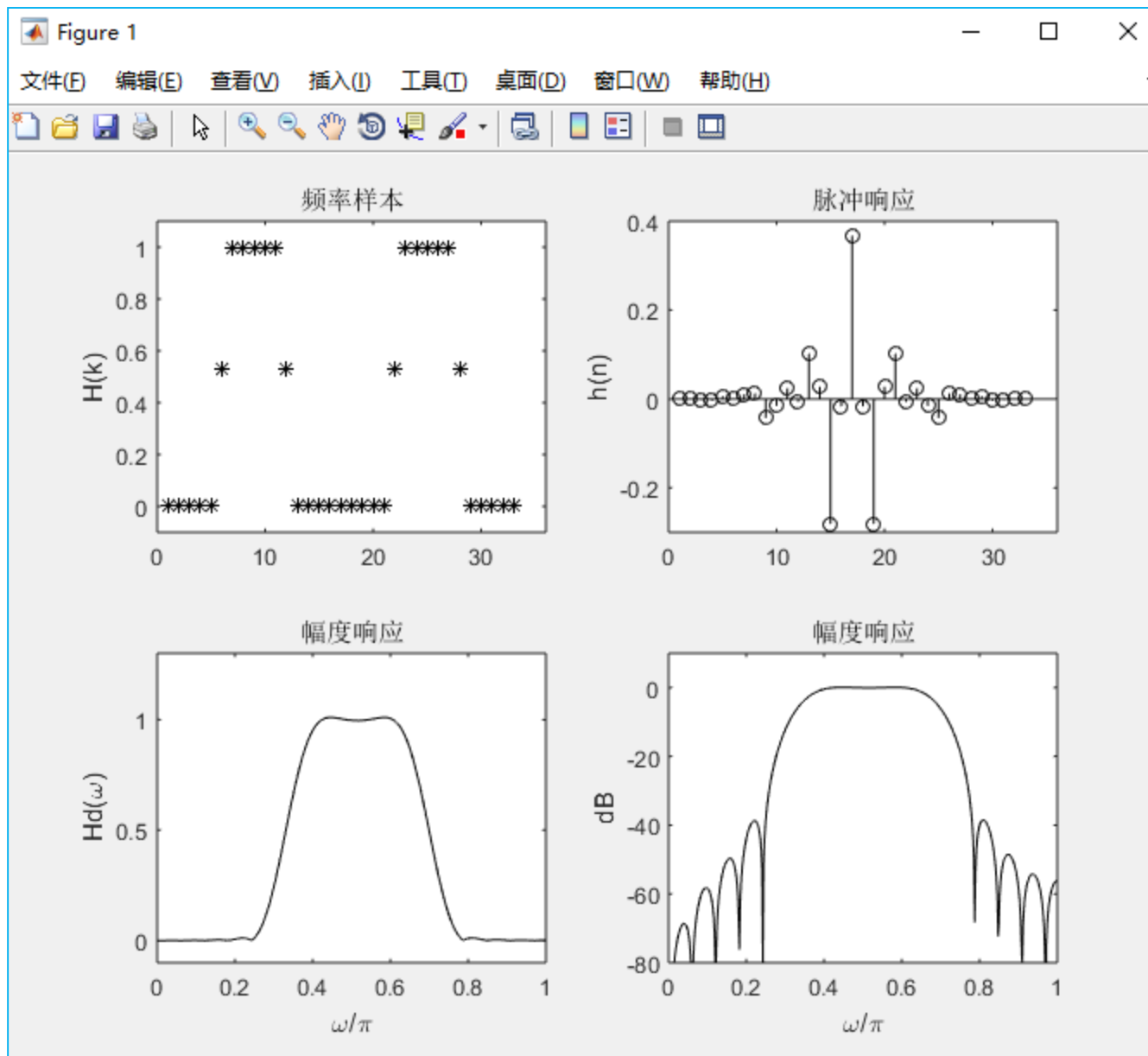


图5-22 频率采样法低通滤波器

```
1 - close all;
2 - clear;
3 - clc;
4 - N=33;
5 - wc=pi/3;
6 - N1=fix(wc/(2*pi/N));
7 - A=[zeros(1,N1), 0.5304, ones(1,N1), 0.5304, zeros(1,N1*2-1), 0.5304, ones(1,N1), 0.5304, zeros(1,N1)];
8 - theta=-pi*[0:N-1]*(N-1)/N;
9 - H=A.*exp(1i*theta);
10 - h=real(ifft(H));v=1:N;
11 - subplot(2,2,1),plot(v,A,'k');
12 - title('频率样本');ylabel('H(k)');
13 - axis([0,fix(N*1.1),-0.1,1.1]);
14 - subplot(2,2,2),stem(v,h,'k');
15 - title('脉冲响应');ylabel('h(n)');
16 - axis([0,fix(N*1.1),-0.3,0.4]);
17 - M=500;nx=[1:N];
18 - w=linspace(0,pi,M); X=h*exp(-1i*nx'*w);
19 - subplot(2,2,3),
20 - plot(w./pi,abs(X),'k');
21 - xlabel('\omega/\pi');ylabel('Hd(\omega)');
22 - axis([0,1,-0.1,1.3]);title('幅度响应');
23 - subplot(2,2,4),
```



幅频特性

【例5-23】 频率采样法高通滤波器。

运行结果如图5-23所示。

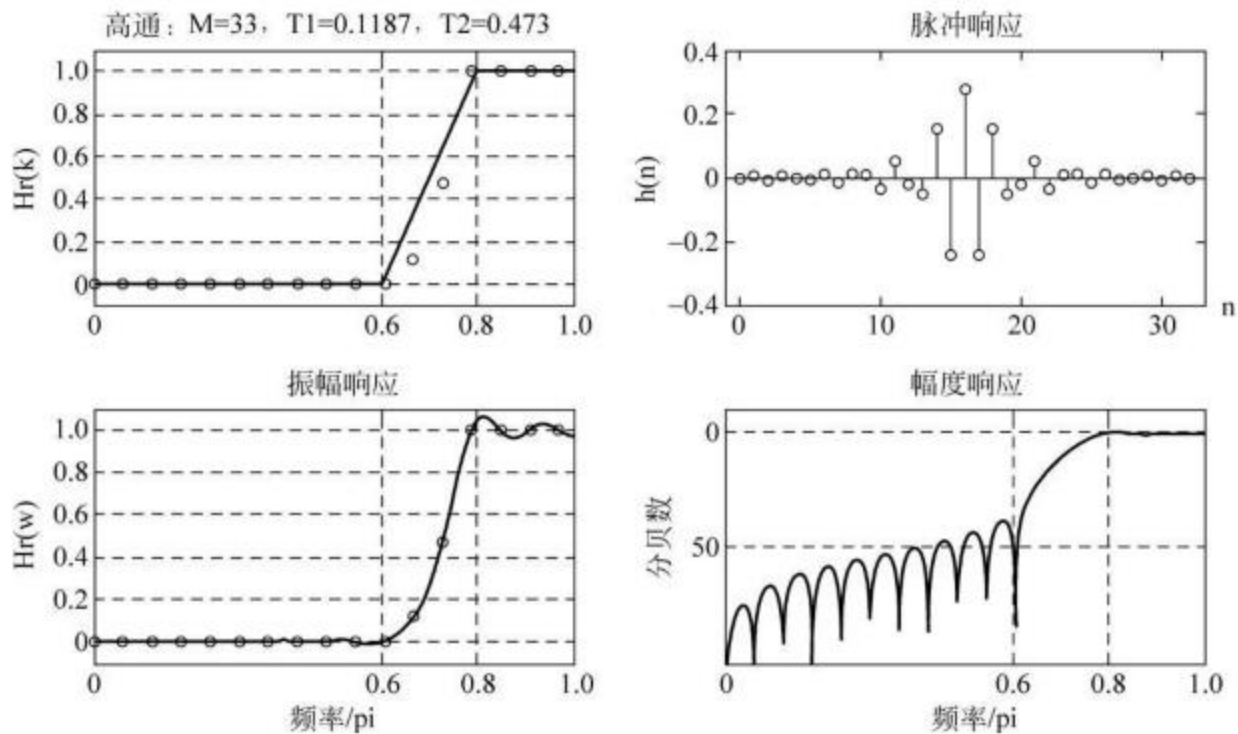


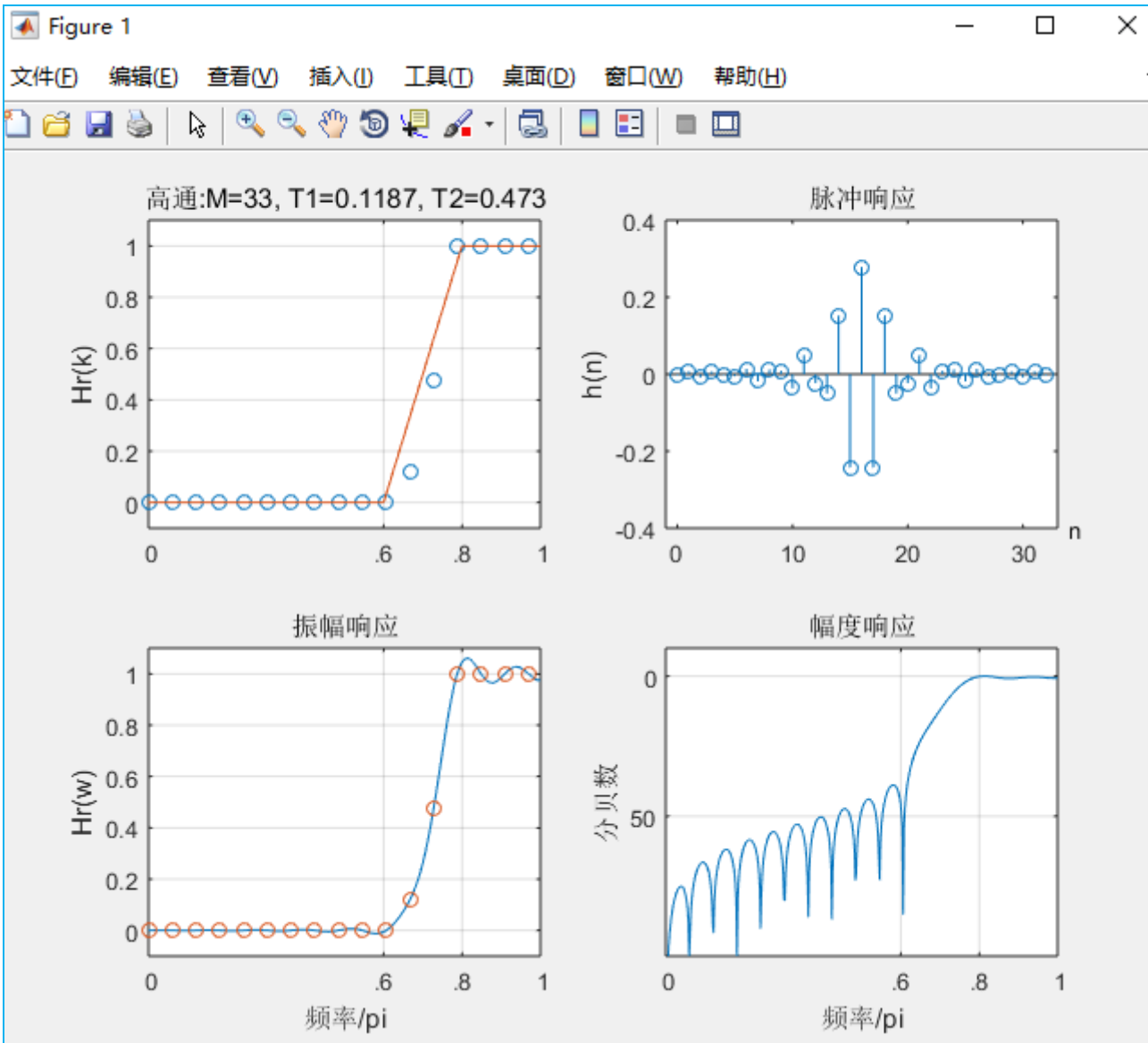
图5-23 频率采样法高通滤波器



```

ex523.m x freqz_m2.m +
1 -   clc;
2 -   clear;
3 -   wp=0.8*pi; ws=0.6*pi;
4 -   Rp=1; As=60;
5 -   M=33; alpha=(M-1)/2; l=0:M-1; w1=(2*pi/M)*l;
6 -   Hrs=[zeros(1,11), 0.1187, 0.473, ones(1,8), 0.473, 0.1187, zeros(1,10)];
7 -   Hdr=[0 0 1 1]; wdl=[0 0.6 0.8 1];
8 -   k1=0:floor((M-1)/2); k2=floor((M-1)/2)+1:M-1;
9 -   angH=[-alpha*(2*pi)/M*k1, alpha*(2*pi)/M*(M-k2)];
10 -  H=Hrs.*exp(1i*angH);
11 -  h=real(ifft(H,M));
12 -  %[db, mag, pha, grd, w]=freqz_m(h, 1);
13 -  [db, mag, pha, w]=freqz_m2(h, 1);
14
15 -  [Hr, ww, a, L]=hr_type1(h);
16 -  subplot(1, 1, 1)
17 -  subplot(2, 2, 1); plot(w1(1:17)/pi, Hrs(1:17), 'o', wdl, Hdr);
18 -  axis([0, 1, -0.1, 1.1]); title('高通: M=33, T1=0.1187, T2=0.473');
19 -  xlabel(''); ylabel('Hr(k)');
20 -  set(gca, 'XTickMode', 'manual', 'XTick', [0:.6:.8:1]);
21 -  set(gca, 'XTickLabelMode', 'manual', 'XTickLabels', ['0' : '.6' : '.8' : '1']);
22 -  grid on;
23 -  subplot(2, 2, 2); stem(1, h); axis([-1, M, -0.4, 0.4]);
24 -  title('脉冲响应'); ylabel('h(n)'); text(M+1, -0.4, 'n');
25 -  subplot(2, 2, 3); plot(ww/pi, Hr, w1(1:17)/pi, Hrs(1:17), 'o');
26 -  axis([0, 1, -0.1, 1.1]); title('振幅响应');
27 -  xlabel('频率/pi'); ylabel('Hr(w)');
28 -  set(gca, 'XTickMode', 'manual', 'XTick', [0,.6,.8,1]);
29 -  set(gca, 'XTickLabelMode', 'manual', 'XTickLabels', ['0' : '.6' : '.8' : '1']);
30 -  grid on;
31 -  subplot(2, 2, 4); plot(w/pi, db);
32 -  axis([0 1 -100 10]);
33 -  grid on; title('幅度响应');
34 -  xlabel('频率/pi'); ylabel('分贝数');
35 -  set(gca, 'XTickMode', 'manual', 'XTick', [0:.6:.8:1]);
36 -  set(gca, 'XTickLabelMode', 'manual', 'XTickLabels', ['0' : '.6' : '.8' : '1']);
37 -  set(gca, 'YTickMode', 'manual', 'YTick', [-50:0]);
38 -  set(gca, 'YTickLabelMode', 'manual', 'YTickLabels', ['50' : '0']);

```



## 本章小结

FIR滤波器相对IIR滤波器有很多独特的优越性，在保证满足滤波器幅频响应的同时，还可以获得严格的线性相位特性。

对于非线性FIR滤波器一般可以用IIR滤波器来替代。由于在数据通信、语音信号处理、图像处理以及自适应等领域往往要求信号在传输过程中不允许出现明显的相位失真，而IIR存在明显的频率色散问题，所以FIR滤波器得到了更广泛的应用。

FIR数字滤波器的实现一般有4种网络结构：直接型、线性相位型、级联型和频率采样型。频率采样型涉及复数运算，由于计算复杂，在实际工程中应用较少；级联型结构可以与直接型结构相互转化。