

# 平稳信号分析及 MATLAB 实现

主讲：范哲意

13810508095, funye@bit.edu.cn, 逸夫楼 502/4-310

## ➤ 随机信号

### ✚ 基本概念

平稳：严平稳、宽平稳

非平稳

遍历（各态历经）

非遍历（非各态历经）

### ✚ 随机序列的产生

#### ■ 伪随机数

按照一定的计算公式产生的

本质上不是随机的，而且存在周期性

计算公式选择适当，所产生的数据看似随机的，与真正的随机数具有相近的统计特性，可以作为随机数使用

#### ■ 线性同余法

产生(0,1)均匀分布随机数

$$y_0 = 1, y_n = ky_{n-1}(\bmod N)$$

$$x_n = y_n / N$$

①  $N = 10^{10}$ ,  $k = 7$ , 周期  $\approx 5 \times 10^7$ ;

② (IBM 随机数发生器)  $N = 2^{31}$ ,  $k = 2^{16} + 3$ , 周期  $\approx 5 \times 10^8$ ;

③ (ran0)  $N = 2^{31} - 1$ ,  $k = 7^5$ , 周期  $\approx 2 \times 10^9$ 。

## ■ 反函数法

**定理** 若随机变量  $X$  具有连续分布函数  $F_X(x)$ , 而  $R$  为  $(0, 1)$  均匀分布随机变量, 则有

$$X = F_X^{-1}(R)$$

分布函数为  $F_X(x)$  的随机数可以由  $(0, 1)$  均匀分布随机数进行变换得到。

## ■ MATLAB 中产生随机序列的函数

✓ 函数: rand

用法:  $x = \text{rand}(m, n)$

功能: 产生  $m \times n$  的均匀分布随机数矩阵。

✓ 函数: randn

用法:  $x = \text{randn}(m, n)$

功能: 产生  $m \times n$  的标准正态分布随机数矩阵。

服从  $N(\mu, \sigma^2)$  分布的随机序列, 则可以由标准正态随机序列产生

✓ MATLAB 中产生随机数的一些函数

分布	函数	分布	函数
二项分布	binornd	指数分布	exprnd
泊松分布	poissrnd	正态分布	normrnd
离散均匀分布	unidrnd	瑞利分布	raylrnd
均匀分布	unifrnd	$\chi^2$ 方分布	chi2rnd

## ✚ 时域数字特征

### ■ 均值

函数: mean

## ■ 方差

函数: std

函数: var

## ■ 相关函数

函数: xcorr

用法:

`c = xcorr(x, y)`

`c = xcorr(x)`

`c = xcorr(x, y, 'option')`

`c = xcorr(x, 'option')`

功能: `xcorr(x, y)` 计算  $X(n)$  与  $Y(n)$  的互相关, `xcorr(x)` 计算  $X(n)$  的自相关。

option 选项可以设定为:

'biased' 有偏估计, 即

$$\hat{R}_x(m) = \frac{1}{N-|m|} \sum_{n=0}^{N-|m|-1} x(n)x(n+m) \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

'unbiased' 无偏估计, 即

$$\hat{R}_x(m) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-|m|-1} x(n)x(n+m) \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

'coeff'  $m = 0$  时的相关函数值归一化为 1。

'none' 不做归一化处理。

## ➤ 功率谱估计

### ✚ 经典谱估计:

#### ■ 直接法

一般情况下, 随机序列  $X(n)$  的某个样本  $x(n)$  的观测长度是有限的, 若序列长度为  $N$ , 则可认为是一个能量有限的序列。若  $x(n)$  的离散时间付里叶变换  $X(e^{j\omega})$  存在, 则

$$\hat{S}_x(e^{j\omega}) = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j\omega n} \right|^2 = \frac{1}{N} |X(e^{j\omega})|^2$$

为序列  $X(n)$  的功率谱估计, 这种方法称为直接法, 也称之为周期图法。

函数: periodogram

用法: [Pxx,w] = periodogram(x)

[Pxx,w] = periodogram(x,window)

[Pxx,w] = periodogram(x,window,nfft)

[Pxx,f] = periodogram(x,window,nfft,fs)

periodogram(...)

#### ■ 间接法

由维纳-欣钦定理可知, 功率谱和相关函数是一对付里叶变换对, 因此先用序列  $x(n)$  估计出其自相关函数  $\hat{R}(m)$ , 然后对  $\hat{R}(m)$  进行付里叶变换, 得到  $X(n)$  的功率谱估计

$$\hat{S}_x(e^{j\omega}) = \sum_{m=-M}^M \hat{R}(m) e^{-j\omega m}$$

这种方法称为间接法, 也称之为自相关函数法或 BT 法。

## ■ 基于改进直接法的功率谱估计

✓ Bartlett 法

函数: psd

✓ Welch 法

函数: pwelch

## ✚ 现代谱估计:

参数模型谱估计、非参数模型谱估计